

2021年第21屆亞洲物理奧林匹亞競賽 及第51屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊複選考試

理論試題

2021年1月30日

13:30~16:30

考試時間：三小時

〈〈注意事項〉〉

- 一、限使用黑色或藍色原子筆作答。
- 二、本試題共有計算題六大題，每題25分，合計150分。
- 三、各計算題請在答案卷上指定頁面的正面作答，每大題答案卷二或三頁。
- 四、可使用掌上型計算器（含科學工程式計算機）。

可能用到的數學公式(t 為時間， x 為任意物理量)

$$1. f'(x) \equiv \frac{df}{dx}, \quad f''(x) \equiv \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df}{dx} \right);$$

$$\dot{x}(t) \equiv \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x}(t) \equiv \frac{d^2x}{dt^2}.$$

$$2. \frac{d}{dx}(ax+b)^m = ma \cdot (ax+b)^{m-1}; \quad \frac{d}{dx} \ln(ax+b) = a \cdot (ax+b)^{-1};$$

$$\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax}; \quad \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax); \quad \frac{d \cos(ax)}{dx} = -a \sin(ax)$$

$$3. \int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{(m+1)a} + C, \quad m \neq -1; \quad \int (ax+b)^{-1} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C;$$

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C; \quad \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C,$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C; \quad \int \frac{dx}{x} = \ln x + C. \quad (\text{在此, } C \text{ 為一個常數})$$

$$4. \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$5. \text{當 } |x| \ll 1, \quad (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x,$$

$$e^x \approx 1 + x, \quad \sin x \approx x, \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}.$$

2021年第21屆亞洲物理及第51屆國際物理奧林匹亞競賽 國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

一、科氏力與壓力氣旋

氣旋和柯氏力相關，因此在地球表面北半球和南半球所造成的氣旋會有不同。

(A) 一長度為 1 的單位向量 $\hat{a}$ 繞一固定轉軸 $\vec{n}$ 以角速度 $\vec{\omega} = \omega \vec{n}$ 旋轉， ω 為一個常數，

如下圖 1。求 $\hat{a}$ 隨時間的變化率 $\frac{d\hat{a}}{dt}$ 。

(B) 質量為 m 的質點在地球表面的緯度 λ 位置，以速度 $\vec{v}$ 在地球表面運動，如下圖 2。

已知地球以等角速度 $\vec{\Omega}$ 自轉(方向向北)，地球的中心到質點的位置向量為 $\vec{r} =$

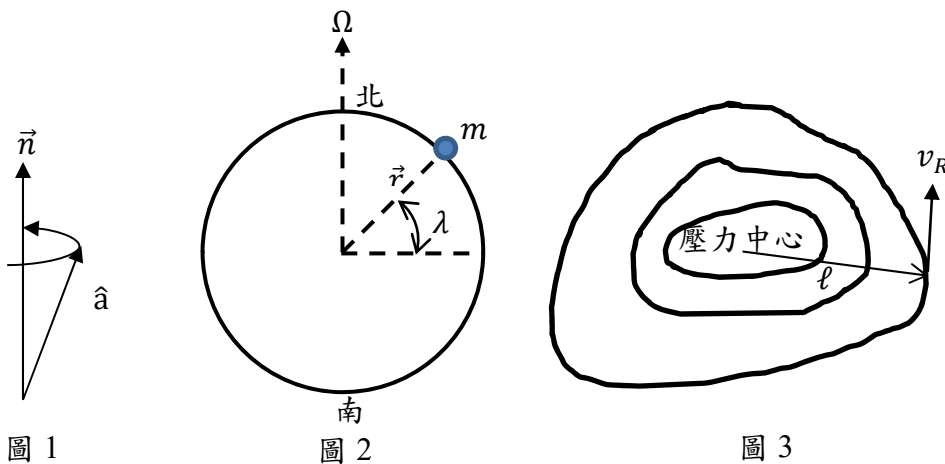
$x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) 為以地球中心為原點的慣性座標系，如圖 2 所示，且 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ 。

而隨著地球自轉觀察質點位置為 $\vec{r}' = x'\hat{i}' + y'\hat{j}' + z'\hat{k}'$, ($\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}'$) 為以地球中心

為原點，隨地球轉動的座標系，且此坐標系觀察到的速度為 $\vec{v}_R \equiv \frac{dx'}{dt}\hat{i}' + \frac{dy'}{dt}\hat{j}' +$

$\frac{dz'}{dt}\hat{k}'$ ，則觀測此質點所受的力 $\vec{F}_R \equiv m(\frac{d^2x'}{dt^2}\hat{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\hat{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\hat{k}')$ 為何？(以 $\vec{v}$,

$\vec{v}_R, \vec{r}, \vec{\Omega}$ 表示)



(C) 已知有一氣旋在緯度為 λ 的地方，且距離壓力中心 ℓ 位置的壓力為 P ，且該位置附

近的壓力梯度 $(\lim_{\Delta\ell \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta P}{\Delta\ell} \right| = \left| \frac{dP}{d\ell} \right|)$ 和空氣的密度 ρ 均為定值，如上圖 3。因為地球自

轉的 Ω 很小，所以 $\Omega \gg \Omega^2$ (可忽略 Ω^2)。由(B)的結果，求低壓中心與高壓中心，在地球表面與中心切線水平方向吹向北方的風速 v_R 。

二、小球在半球面上的運動

如圖 4 所示，在均勻重力場下($\vec{g} = -g\hat{y}$)，一個質量為 m 、半徑為 r_0 的均勻小球在一個半徑為 R_0 ，且固定於桌面上的半圓球面上之運動。初始時，小球在重力作用下以幾乎為零的初速自半球的頂點開始運動。已知小球繞其質心轉動慣量為 $\frac{2}{5}mr_0^2$ ，

角度 θ 是自半球頂端算起， ψ 是指小球轉動的角度。

- (A) 若 $r_0 \ll R_0$ ，且小球與半球面間的摩擦力可忽略不計，求半球作用在小球的正向力量值。已知小球在 $\theta = \theta_0$ 時會開始離開半球，則 $\cos \theta_0$ 的量值為何？
- (B) 若 $r_0 \ll R_0$ ，而小球與半球面間的摩擦力不可以忽略，且小球在半球面上作純滾動，求半球作用在小球的正向力量值。已知小球在 $\theta = \theta_1$ 時會開始離開半球，求 $\cos \theta_1$ 的量值為何？並比較 θ_0 、 θ_1 的大小關係。
- (C) 若 $r_0 \ll R_0$ ，且小球與半球面間的靜摩擦係數為 μ_s ，當 $\theta \leq \theta_2$ 時，小球在半球面上作純滾動，若 $\mu_s \leq 1$ ，比較 θ_1 、 θ_2 的大小關係。
- (D) 若 r_0 並非遠小於 R_0 ，且小球與半球面間的靜摩擦係數為 μ_s 。當 $\theta \leq \theta_3$ 時，小球在半球面上作純滾動，比較 θ_2 、 θ_3 的大小關係。
- (E) 承(D)小題，且小球與半球面間的動摩擦係數為 μ_k 。若定義小球恰好要開始滑動的時刻為 T_0 ，求 $\theta(T_0)$ 及 $\dot{\theta}(T_0)$ ，以 θ_3, g, R_0, r_0 表示之。當 $\theta > \theta_3$ 時，小球開始滑動。列出此時 θ 所滿足的微分方程式。若小球繞其質心轉動的角速度為 $\dot{\psi}$ ，列出 ψ 所滿足的運動方程式。

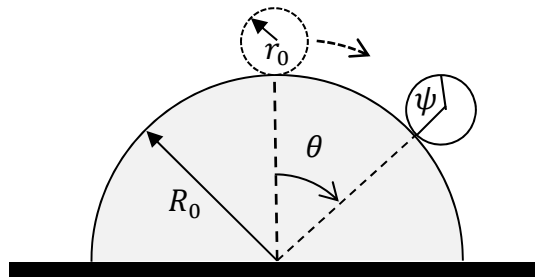


圖 4

三、全反射時的衰減波

衰減波 (evanescent wave) 是指當光波從光密介質入射到光疏介質時，當發生全反射時，在光疏介質一側會產生的一種波。例如圖 5 所示，為利用衰減波原理製成的分光鏡。若只有單片稜鏡，會觀察到全反射現象，但若使用如圖所示的兩片稜鏡，調整兩稜鏡的間隙(約為奈米尺度)，可以改變反射光和透射光的比例。

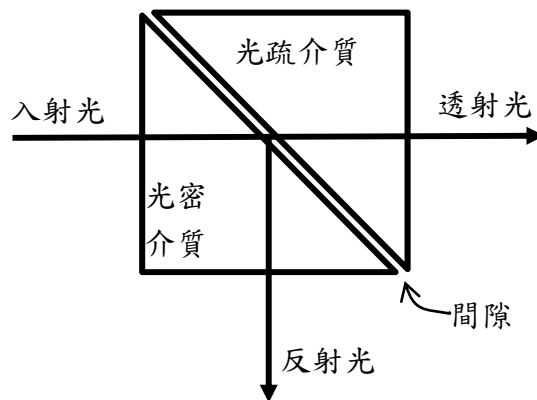


圖 5

設光密介質折射率為 n_1 ，而光疏介質折射率為 n_2 ，如圖 6 所示。根據司乃耳定律：在臨界角

時 $\theta_I = \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ 時，折射角恰為 $\theta_T = 90^\circ$ ，

即穿透波恰好與介面平行。當 $\theta_I > \theta_c$ 時僅觀察到反射波，而沒有折射波，此即為全反射的現象。全反射時，雖然光疏介質中沒有折射波，但場並不等於零，此即為衰減波形成的原因。以下說明可以更了解衰減波；設入射光為單一

頻率 $\left(= \frac{\omega}{2\pi}\right)$ 的平面波，電場可用複數形式表示為

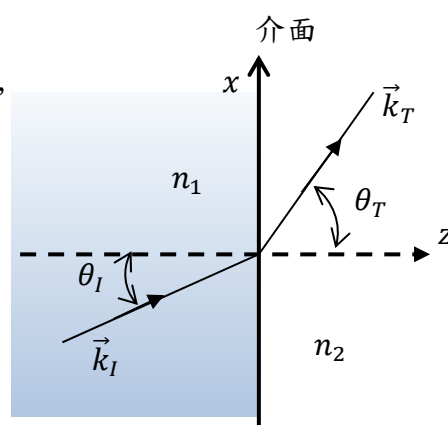


圖 6

$$\tilde{E}_I(\vec{r}, t) = \tilde{E}_{0I} e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

其中 $\tilde{E}_{0I}$ 為振幅， ω 為角頻率， $\vec{k}_I$ 是為波向量，即 $|\vec{k}_I| = \frac{\omega n_1}{c}$ ， c 是光在真空中的波速。

同理，透射波的電場(複數形式)可表示為

$$\tilde{E}_T(\vec{r}, t) = \tilde{E}_{0T} e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

其中 $|\vec{k}_T| = \frac{\omega n_2}{c}$ ，且可以寫成 $\hat{k}_T = \sin \theta_T \hat{x} + \cos \theta_T \hat{z}$ 。

【註】在全反射情況下，依照折射定律會給出 $\sin \theta_T = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_I > 1$ ，而造成 $\cos \theta_T =$

$\sqrt{1 - \sin^2 \theta_T} = i\sqrt{\sin^2 \theta_T - 1}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。此時 θ_T 已經不同於一般角度的定義。

上述公式中的電場也因為計算方便，而表示成 $\tilde{E}$ 的複數形式，而其“實部”即為 $\vec{E}$ 。例如複數尤拉式為 $e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$ ，取實部時， $\text{Re}\{e^{i\omega t}\} = \text{Re}\{\cos \omega t + i \sin \omega t\} = \cos \omega t$ 。

(A) 證明此衰減波沿平行界面的 x 方向行進，在垂直界面的 z 方向衰減。即：

$$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0T} e^{-\delta z} e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\text{其中 } \delta \equiv \frac{\omega}{c} \sqrt{(n_1 \sin \theta_I)^2 - n_2^2}, k \equiv \frac{\omega n_1}{c} \sin \theta_I。$$

(B) 定義 $\frac{\cos \theta_T}{\cos \theta_I} \equiv \alpha$ ，已知全反射時 α 是一個純虛數，定義 $\beta \equiv \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 v_2} = \frac{\mu_1 n_2}{\mu_2 n_1}$ ，其中 μ_1, μ_2

為光密介質和光疏介質的磁導率。若入射光電場 $\vec{E}_I$ 平行入射面(即 xz 的平面)時，則每單位面積、每單位時間，有多少比例的能量被反射？即求其反射係數 $R_{\parallel}$ 。

【註】：當入射光電場 $\vec{E}_I$ 平行入射面時；由菲涅耳方程式(Fresnel's equation)可以得到：

$$\vec{E}_{0R} = \left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \right) \vec{E}_{0I}, \vec{E}_{0T} = \left(\frac{2}{\alpha + \beta} \right) \vec{E}_{0I}; \text{其中 } \vec{E}_{0R} \text{ 為經由介面反射之電場。}$$

(C) 若入射光電場 $\vec{E}_I$ 垂直入射面時，求此時的反射係數 $R_{\perp}$ 。

【註】：當入射光電場 $\vec{E}_I$ 垂直入射面時；由菲涅耳方程式(Fresnel's equation)可以得到：

$$\vec{E}_{0R} = \left(\frac{1 - \alpha\beta}{1 + \alpha\beta} \right) \vec{E}_{0I}, \vec{E}_{0T} = \left(\frac{2}{1 + \alpha\beta} \right) \vec{E}_{0I}。$$

(D) 在偏振方向垂直入射面的情況下，證明衰減波的電場及磁場的實部可寫為：

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 e^{-\delta z} \cos(kx - \omega t) \hat{y}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{\omega} e^{-\delta z} [\delta \sin(kx - \omega t) \hat{x} + k \cos(kx - \omega t) \hat{z}]$$

【註】：電磁波偏振方向定義為電場的方向；且電場與磁場關係為 $\vec{B} = \frac{1}{v} (\hat{k} \times \vec{E})$ ，

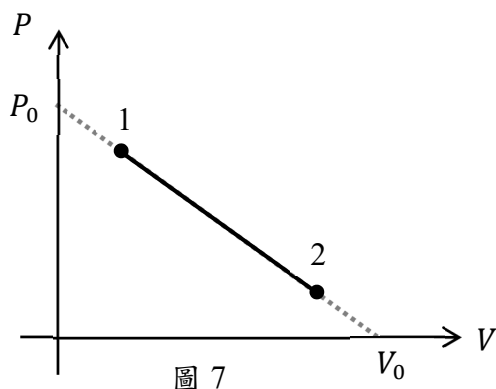
其中 v 為電磁波傳遞速度， $\hat{k}$ 為波前進方向的單位向量。

(E) 計算波印廷向量 $\vec{S} = \frac{1}{\mu} (\vec{E} \times \vec{B})$ ，其中 μ 為介質的磁導率，且求其時間平均值；以此

此平均值解釋波能量傳播的方向，以及波能量與進入介質 2 的深度 z 的關係。

四、吸(放)熱與升(降)溫

一莫耳單原子理想氣體歷經一熱力學過程 $1 \rightarrow 2$ ，過程中其壓力-體積曲線可描述成如下圖 7 所示之線性關係。(注意：除非特別聲明，本題答案請以圖中參數 P_0 、 V_0 、及氣體常數 R 表示。)



- (A) 試求在 $1 \rightarrow 2$ 熱力學過程中，該氣體的溫度最大值。
- (B) 此氣體在 $1 \rightarrow 2$ 熱力學過程中，在某一段體積範圍內為吸熱過程，另一段則為放熱過程，試問氣體由吸熱轉為放熱時的臨界體積為何？
- (C) 氣體由吸熱轉為放熱時，其溫度與 $1 \rightarrow 2$ 過程中最高溫度的比值為何？
- (D) 若已知氣體在狀態 1 及狀態 2 時，其壓力分別為 $P_1 = \frac{3P_0}{4}$ 、 $P_2 = \frac{P_0}{4}$ ，則氣體在 $1 \rightarrow 2$ 熱力學過程中，共吸收(或放出)多少熱？
- (E) 承(D)小題，氣體在 $1 \rightarrow 2$ 熱力學過程中，其熵的變化量為何？

五、超導環

考慮一超導環如圖 8 所示，環直徑為 D ($=2r = 10\text{ cm}$)，線直徑為 $d = 0.5\text{ mm}$ 。超導線環進入超導態後，通入電流 $I = 100\text{ A}$ ，檢測超導電性，發現經過一年，未偵測到電流衰減。實驗中使用偵測器的靈敏度為 $1\text{ }\mu\text{A}$ ；真空磁導率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ N/A}^2$ 。試回答以下問題：

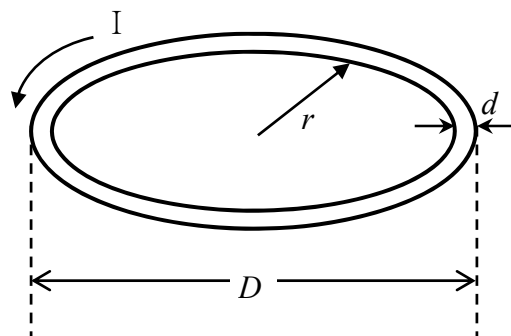


圖 8

- (A) 求超導環的電感 L 。
- (B) 假設此超導環仍存在一個很小的電阻 R ，時間零點時(即 $t = 0$)起始電流 $I(0)$ ，計算電流 $I(t)$ 隨時間 t 變化的關係式。
- (C) 承(B)題，超導環電阻率為 ρ ，計算在實驗誤差範圍內，估算超導環電阻率(ρ)的上限值。

六、在強磁場中振盪的吉他弦

在強磁場中彈奏吉他，可能發生危險嗎？某人在一磁場強度 $B = 1.5 \text{ T}$ 的水平方向磁場中彈奏吉他，如圖 9 中進入紙面的磁場。假設他彈奏的弦之基頻 $f = 330 \text{ Hz}$ ，彈奏時弦的 2 倍振幅值 $A_{pp} = 1 \text{ mm}$ ，如下圖 9 所示。

已知該弦長 $L = 66 \text{ cm}$ ，且直徑為 $d = 0.23 \text{ mm}$ ，電阻率 $\rho = 12 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ ，熱傳導係數 $k = 80 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ，線密度為 0.3 g/m ，比熱為 $500 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ，且兩端固定在溫度恆為 20°C 的金屬栓上。若彈奏時，該弦以正弦波形式在 $x-y$ 平面上振動，且經由熱輻射、對流、以及由手指傳導流失的熱可以忽略，亦即熱僅能經由該弦傳導至金屬栓流入大氣，試回答以下問題：

- (A) 彈奏時，磁場在弦上產生的感應電動勢為何？
- (B) 該感應電動勢產生的平均電功率為何？
- (C) 理論上，該弦可能達到的最高溫度為何？

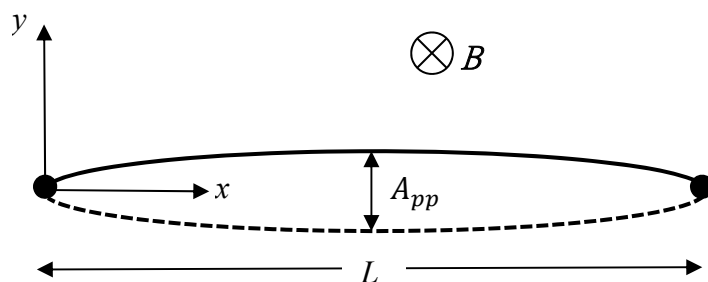


圖 9

第 1 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 3 分	正確寫出 $\frac{d\hat{a}}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{a}$	3	方向不正確者 得 2 分
(B) 14 分	列出 $\vec{v} = \left(\frac{dx'}{dt} \hat{i}' + \frac{dy'}{dt} \hat{j}' + \frac{dz'}{dt} \hat{k}' \right) + \left(x' \frac{d\hat{i}'}{dt} + y' \frac{d\hat{j}'}{dt} + z' \frac{d\hat{k}'}{dt} \right)$	3	
	求出 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_R + \vec{\Omega} \times \vec{r}$	4	
	求出 $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_R}{m} + 2 \vec{\Omega} \times \vec{v}_R + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$	4	
	正確寫出 $\vec{F}_R = m \frac{d\vec{v}}{dt} - 2m(\vec{\Omega} \times \vec{v}_R) - m \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$	3	
(C) 8 分	寫出低壓中心 $(\rho S \Delta \ell) \frac{v_R^2}{\ell} = \Delta P \times S - 2(\rho S \Delta \ell) \Omega v_R \sin \lambda$	2	
	求出低壓中心 $v_R = \sqrt{(\ell \Omega \sin \lambda)^2 + \frac{\ell}{\rho} \frac{dP}{dr}} - \ell \Omega \sin \lambda$	2	
	寫出高壓中心 $(\rho S \Delta \ell) \frac{v_R^2}{\ell} = 2(\rho S \Delta \ell) \Omega v_R \sin \lambda - \Delta P \times S$	2	
	求出高壓中心 $v_R = \ell \Omega \sin \lambda - \sqrt{(\ell \Omega \sin \lambda)^2 - \frac{\ell}{\rho} \left \frac{dP}{d\ell} \right }$	2	

第 2 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 5 分	求出 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{R_0}(1 - \cos \theta)}$	1	
	正確得出 $N = mg(3 \cos \theta - 2)$	2	
	正確得出 $\cos \theta_0 = 2/3$	2	
(B) 6 分	求出 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{10g}{7R_0}(1 - \cos \theta)}$	1	
	正確得出正向力 $N = \frac{mg(17 \cos \theta - 10)}{7}$	2	
	正確得出 $\cos \theta_1 = 10/17$	2	
	判斷 $\theta_1 > \theta_0$	1	
(C) 5 分	寫出 $\frac{7}{5}mR_0^2\ddot{\theta} - mgR_0\dot{\theta} \sin \theta = 0$	1	$\dot{\theta}$ 會消掉
	得出摩擦力 $= mg \sin \theta - mR_0\ddot{\theta} = 2mg \sin \theta / 7$	1	
	得出 $2 \sin \theta \leq \mu_s(17 \cos \theta - 10)$	2	
	判斷 $\theta_1 > \theta_2$	1	
(D) 4 分	寫出法線方向的力平衡方程式： $mg \cos \theta - N = m(R_0 + r_0)\dot{\theta}^2$	1	
	寫出力學能守恆式： $\frac{7}{10}m\{(R_0 + r_0)\dot{\theta}\}^2 + mg(R_0 + r_0)(\cos \theta - 1) = 0$	1	
	得出摩擦力 $= mg \sin \theta - m(R_0 + r_0)\ddot{\theta} = 2mg \sin \theta / 7$	1	
	判斷 $\theta_3 = \theta_2$	1	
(E) 5 分	寫出 $r_0\dot{\psi} = (R_0 + r_0)\dot{\theta}$	1	
	寫出 $\theta(T_0) = \theta_3$; $\dot{\theta}(T_0) = \sqrt{\frac{10g(1 - \cos \theta_3)}{7(R_0 + r_0)}}$	2	各 1 分。 $\theta_3 = \theta_2$
	寫出運動方程式(力矩)： $\mu_k NR_0 - mg \sin \theta(R_0 + r_0) + m(R_0 + r_0)^2\ddot{\theta} + \frac{2}{5}mr_0^2\ddot{\psi} = 0$	1	
	寫出 $(R_0 + r_0)\ddot{\theta} - g \sin \theta + \frac{2}{5}r_0\ddot{\psi} = 0$	1	

第 3 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 4 分	求出 $\vec{k}_T \cdot \vec{r} = xk_T \sin \theta_T + izk_T \sqrt{\sin^2 \theta_T - 1}$	1	
	寫出 $k = k_T \sin \theta_T = \frac{\omega n_1}{c} \sin \theta_I$	1	
	寫出 $\delta = k_T \sqrt{\sin^2 \theta_T - 1} = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_I - n_2^2}$	1	
	正確寫出 $\tilde{E}_T(\vec{r}, t) = \tilde{E}_{0T} e^{-\delta z} e^{i(kx - \omega t)}$	1	
(B) 4 分	列出		
	$R = \left \frac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0I}} \right ^2$	2	
	求出 $R=1$	2	
(C) 2 分	求出 $R=1$	2	
(D) 8 分	寫出：		
	$\sin \theta_T = \frac{c k}{\omega n_2}, \quad \cos \theta_T = i \frac{c \delta}{\omega n_2}$	2	
	寫出 $\tilde{E}_T(\vec{r}, t) = \tilde{E}_{0T} e^{-\delta z} e^{i(kx - \omega t)} \hat{y}$	2	
	求得 $\tilde{B}_T(\vec{r}, t) =$ $\frac{1}{v_2} \tilde{E}_{0T} e^{-\delta z} e^{i(kx - \omega t)} (-\cos \theta_T \hat{x} + \sin \theta_T \hat{z})$	2	
	正確得到 $\vec{E}_T(\vec{r}, t) = E_0 e^{-\delta z} \cos(kx - \omega t) \hat{y}$ $\vec{B}_T(\vec{r}, t) = \frac{1}{\omega} E_0 e^{-\delta z} (\delta \sin(kx - \omega t) \hat{x} + k \cos(kx - \omega t) \hat{z})$	2	
(E) 7 分	求得 $\vec{S} = \frac{E_0^2}{\mu_2 \omega} e^{-2\delta z} [k \cos^2(kx - \omega t) \hat{x} - \delta \sin(kx - \omega t) \cos(kx - \omega t) \hat{z}]$	2	
	求得 $\langle \vec{S} \rangle = \frac{k E_0^2}{2 \mu_2 \omega} e^{-2\delta z} \hat{x}$	3	
	說明：波沿 x 方向傳遞，能量隨 z 增加以 $e^{-2\delta z}$ 遞減。	2	

第 4 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 5 分	列出 $P = P_0 - \left(\frac{P_0}{V_0}\right) \cdot V$	1	
	寫出 $RT = \frac{P_0}{V_0} V(V_0 - V)$	1	
	寫出當最高溫時 $\frac{d[V(V_0-V)]}{dV} = 0$ 或求最高溫時的體積為 $V_0/2$	1	
	正確得到最高溫 $T_m = \frac{P_0 V_0}{4R}$	2	
(B) 7 分	列出 $\Delta U = \frac{3}{2} R(\Delta T)$	1	
	寫出熱 $Q = 2P_x V_x + \frac{1}{2} P_1 V_x - \frac{1}{2} P_x V_1 - 2P_1 V_1$	1	
	列出熱與體積的關係 $Q = -2 \left(\frac{P_0}{V_0}\right) [V_x^2 - \frac{5}{4} V_0 V_x + \left(\frac{5}{4} - \frac{V_1}{V_0}\right) V_0 V_1]$	1	
	列出臨界體積時 $\frac{dQ}{dV} = 0$	2	
	正確求得臨界體積 $V_c = \frac{5}{8} V_0$	2	
(C) 3 分	求出 $T_c = \frac{15P_0 V_0}{64R}$	2	
	正確求得比值 $\frac{T_c}{T_m} = \frac{15}{16}$	1	
(D) 5 分	求得： $V_2 = \frac{3}{4} V_0, \quad V_1 = \frac{1}{4} V_0$	2	
	得： $\Delta Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{P_0 V_0}{4}$	2	
	註明為吸熱	1	
(E) 5 分	寫出： $dS = \frac{dQ}{T} = \frac{3}{2} R \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$	2	
	正確得出： $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln 3$	3	

第 5 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 5 分	列出 $\mathbf{L} = \frac{\Phi}{I}$	2	
	寫出正確答案 $L = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2}$	3	
(B) 5 分	列出 $-L \frac{dI}{dt} = RI$	2	
	求出 $I(t) = I(0)e^{-\frac{R}{L}t}$	3	
(C) 15 分	寫出 $e^{-\frac{R}{L}t} \approx 1 - \frac{R}{L}t$	2	
	寫出 $R = \rho \frac{\ell}{A}$	2	
	寫出 $R = \frac{\Delta I}{I(0)} \frac{\mu_0 \pi r^2}{2t}$	5	
	求出正確電阻 $R = 3.13 \times 10^{-23} \Omega$	3	
	求出正確電阻率 $\rho = 1.95 \times 10^{-29} \Omega \cdot m$	3	

第 6 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 6 分	寫出磁通量 $= B \int_0^L \frac{A_{pp}}{2} \sin \omega t \sin \frac{\pi x}{L} dx = -\frac{\omega}{\pi} B L A_{pp} \sin \omega t$	4	
	得出正確電動勢大小： $ \epsilon = \left B \frac{dA}{dt} \right = -2 B L A_{pp} f \cos \omega t $	2	
(B) 6 分	列出一小段弦電功率 $dP = \frac{(d\epsilon)^2}{R}$ $= \frac{a B^2 A_{pp}^2 \omega^2}{4\rho} (\cos^2 \omega t) (\sin^2 \frac{\pi x}{L}) dx$	2	$a = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ 為弦的截面積
	求出平均一小段弦電功率 $\langle dP \rangle$ $= \left(\frac{a B^2 A_{pp}^2 \omega^2}{4\rho} \right) (\sin^2 \frac{\pi x}{L}) dx \langle \cos^2 \omega t \rangle$ $= \left(\frac{a B^2 A_{pp}^2 \pi^2 f^2}{2\rho} \right) (\sin^2 \frac{\pi x}{L}) dx$	2	
	求出整條弦平均電功率 $\langle P \rangle = \int_0^L \langle dP \rangle$	2	
(C) 13 分	寫出最高溫在弦的中點 $x = \frac{L}{2}$	3	
	列出 $\frac{dQ}{dt} = -ka \frac{dT}{dx} = \int_{\frac{L}{2}}^x \langle dP \rangle$	3	積分上下限不正確給 2 分
	得出弦上溫度與位置關係 $\frac{dT}{dx} = \frac{B^2 A_{pp}^2 \pi^2 f^2}{8k\rho} (L - 2x + \frac{L}{\pi} \sin \frac{2\pi x}{L})$	2	
	得出弦上溫度與位置關係 $T\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{B^2 A_{pp}^2 L^2 f^2}{8k\rho} \left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) + T(0)$	2	
	得到正確數值 $T\left(\frac{L}{2}\right) \approx 5100 \text{ K}$	3	