

2022 年第 22 屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第 52 屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

理論試題

2021 年 11 月 6 日

13：30~16：30

考試時間：三小時

〈〈注意事項〉〉

- 1、本試題包括選擇填充混合題三十格及計算題兩大題，合計總分為 150 分。
- 2、選擇填充混合題部分，請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題部分，請在答案卷指定之位置作答。
- 4、可使用掌上型計算器（含科學工程式計算機）。
- 5、限以藍色或黑色原子筆作答。

常用到的數學公式(t 為時間， x 為任意物理量)

$$1. f'(x) \equiv \frac{df}{dx} \quad , \quad f''(x) \equiv \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df}{dx} \right) ;$$

$$\dot{x}(t) \equiv \frac{dx}{dt} \quad , \quad \ddot{x}(t) \equiv \frac{d^2x}{dt^2} \circ$$

$$2. \frac{d}{dx}(ax+b)^m = ma \cdot (ax+b)^{m-1} ; \quad \frac{d}{dx} \ln(ax+b) = a \cdot (ax+b)^{-1} ;$$

$$\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax} ; \quad \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax) ; \quad \frac{d \cos(ax)}{dx} = -a \sin(ax)$$

$$3. \int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{(m+1)a} + C \quad , \quad m \neq -1 ; \quad \int (ax+b)^{-1} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C ;$$

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C ; \quad \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C ,$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C ; \quad \int \frac{dx}{x} = \ln x + C \circ (\text{在此，} C \text{ 為一個常數})$$

$$4. \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} \quad , \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$5. \text{當 } |x| \ll 1 \text{ , } (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \text{ ,}$$

$$e^x \approx 1 + x \text{ , } \sin x \approx x \text{ , } \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \circ$$

2022 年第 22 屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第 52 屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試試題

※本試題含選擇填充混合題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

壹、 選擇填充混合題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

- 一、如圖 1 所示，一摺紙螺旋槳，旋轉半徑 r ，重量 W ，自高度 h_0 在密度為 ρ 的靜止大氣中垂直下落。假設該摺紙螺旋槳下落後，即很快達到終端速度，隨後其飛行時間 T 與其他相關物理量的關係可以下式表示

$$T = kh^\alpha r^\beta \rho^\gamma W^\delta$$

其中 k 為一未知的無因次常數， h 為下落距離， α 、 β 、 γ 、 δ 分別為待決定的相關物理量的冪次，則下列選項何者正確？答：_____ (1) _____。

(A) $\alpha = -1$

(B) $\beta = 1$

(C) $\gamma = -\frac{1}{2}$

(D) $\delta = \frac{1}{2}$

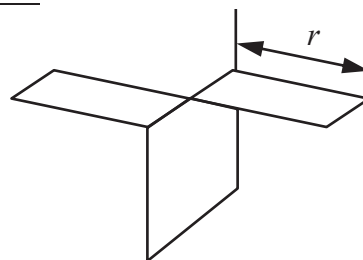


圖 1

- 二、一容器內含 n 莫耳單原子理想氣體，已知其在一可逆絕熱過程中，外界對該氣體做功 W 。若該氣體的起始溫度和壓力分別為 T_i 和 P_i ，則其最終壓力 P_f 為何？
_____ (2) _____。(以 n, W, T_i, P_i 和氣體常數 R 表示。)

- 三、如圖 2 所示為一內裝有水、半徑為 R 之柱形圓桶之側視圖，其中水面上裝有一活塞且活塞中心有一半徑為 a 之小洞 (a 遠小於 R)，設重力加速度為 g 、水的密度為 ρ 、活塞的質量為 m ，某生施力使活塞以向下速度 v 運動而試圖將水擠壓成水柱向上噴出，試估算水柱能達到的最大高度為 _____ (3) _____。

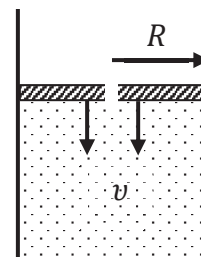


圖 2

四、已知原長 $\Delta\ell$ 之任一小段彈簧伸長量為 $\Delta\ell'$ 所需施加的外力

為 $\Gamma \frac{\Delta\ell'}{\Delta\ell}$ ，其中 Γ 為楊氏係數。今將一質量為 m 、原長為 L 之彈簧垂直懸掛達平衡後如右圖 3 所示，若將懸掛前之彈簧上的位置可以用座標 x 描述，則 $0 \leq x \leq L$ ，懸掛後原先位在 x 處的 A 點向下的位移為 y ，試問 A 點附近一小段原長 Δx 之彈簧懸掛後之長度，即原長 Δx 的伸長量 Δy 為

____(4)____，懸掛後的彈簧總長度為 ____ (5) ____。

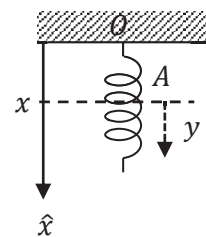


圖 3

五、50 多年前的台灣，雜貨店的冷藏設備未普及，將牛乳均質化 (homogenization 讓脂肪粒子變小) 的技術也尚未被鮮乳廠廣為採用，玻璃瓶裝鮮乳多是由專人在凌晨送至訂購戶家門口信箱旁的鐵盒裡。在旭日升起後，溫度與時間常會使得鮮乳呈現油水分離的狀態：密度較低的乳脂會上浮集中到接近瓶口內徑較小的地方，如圖 4。假設發生油水分離不會影響整個液體的體積。發生油水分離前後，牛乳瓶底部的壓力分別為 p_{mix} 與 p_{sep} ，那麼這兩者之間的關係是

____(6)____。

- (A) $p_{\text{mix}} > p_{\text{sep}}$
- (B) $p_{\text{mix}} < p_{\text{sep}}$
- (C) $p_{\text{mix}} = p_{\text{sep}}$
- (D) 資訊不足，無法判斷。



圖 4

出處 clipartof.com/1264185

六、兩位質量相同（連同裝備各 100 kg）的太空人在太空中漂浮。兩人各自握著同一根長 10 m 的直長桿（質量可忽略）的不同端，繞著系統（兩太空人加上長桿）的質心，做週期為 10π 秒的旋轉。在無外力作用下，兩太空人手握著長桿慢慢地(避免手握處有滑動)互相靠近，停在兩人距離為 5 m 的狀態。(以下兩小題可採用將太空人視為質點的模型來近似) 試問：

(a) 此時太空人繞著系統質心的速率變成 ____ (7) ____ m/s。

(b) 過程中系統的轉動動能改變了 ____ (8) ____ J。

七、密度為 ρ 的氣體以垂直於斜面的速度 v 撞擊一楔形體的斜面（斜面面積為 A ，楔形體質量為 m ，如圖 5。）。假設此撞擊為完全非彈性碰撞。若楔形體在水平桌面上保持不動，請問楔形體與桌面之間的靜摩擦係數最小須為多少？

答：____ (9) ____。

（重力加速度值為 g ，假設氣體質量遠小於楔形體。）

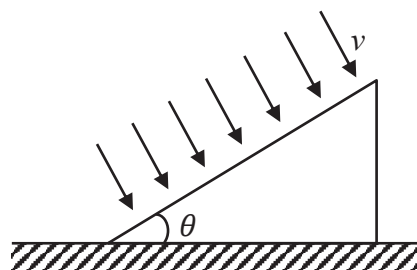


圖 5

八、一均質圓盤沿一固定不動的斜面「純滾動」滾下，觀察其滾至斜面低點 A 處（不觸及底面，如圖 6）的運動。下列敘述何者正確？答：_____ (10) 。

- (A) 在圓盤質量固定的情況下，若圓盤半徑越大，則圓盤滾至斜面低點 A 處時的速度越大。
- (B) 在圓盤密度固定的情況下，若圓盤半徑越大，則圓盤滾至斜面低點 A 處時的速度越大。
- (C) 在純滾動的前提下，斜面傾角越大，圓盤所受之摩擦力越大。
- (D) 圓盤純滾動至斜面低點 A 處所獲得的動能，比在光滑無摩擦力的斜面上滑至低點 A 處所獲得的動能還要小。

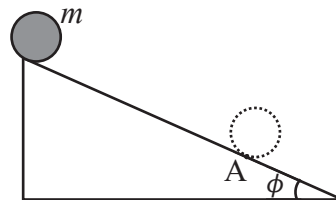


圖 6

九、承上題，已知圓盤質量 m ，半徑 r （故圓盤對垂直盤面穿過圓心的轉軸的轉動慣量為 $\frac{1}{2}mr^2$ ），斜面傾角為 ϕ 。為避免圓盤滾下時滑動，請問其與斜面間的靜摩擦係數須滿足什麼條件？（已知重力加速度值為 g 。）答：_____ (11) 。

十、滑輪之彈簧懸吊系統：一理想彈簧串接一細線並連結一圓盤滑輪外緣，裝置如圖 7 所示之初始平衡狀態；其中彈簧的力常數為 k ，滑輪的質量為 m ；半徑為 R 。設重力加速度為 g ，當施以一向下瞬間的衝量，使得滑輪進行上下小幅振動，若細線與滑輪的接觸點之間沒有滑動，則此振盪的週期為

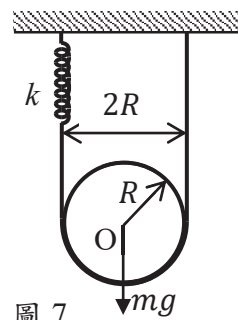


圖 7

_____ (12) 。（圓盤繞中心轉動慣量 $I_c = \frac{1}{2}mR^2$ ，離中心 L

處之轉動慣量 $I = I_c + mL^2$ ）

十一、一質量 m 的物體由一條長 L 的細繩懸吊在天花板，在和鉛垂線夾 θ 角的位置從靜止開始擺動，擺盪到最低點時恰好和固定在桌面上且質量為 M 的物體碰撞並反彈 ($M \gg m$)。在第 n 次碰撞、反彈之後， m 運動的最遠端和鉛垂線夾 α 角， $\alpha < \theta$ 。

每一次碰撞 m 反彈瞬間的速度 v 和撞擊瞬間的速度 u 的比值稱為恢復係數 ε ， $\varepsilon = \frac{v}{u}$ ，

則在運動過程中細繩都維持緊繃，忽略空氣阻力、懸掛點的摩擦力、細繩的質量的情況下， n 次碰撞的平均恢復係數的絕對值 $|\varepsilon| =$ _____ (13) 。

十二、太空梭返回地球時在大氣中高速飛行，速率為 v ，此速率遠大於空氣分子的移動速率。若太空梭受到的空氣阻力，只是因為空氣分子撞擊太空梭所造成，則此阻力會正比於 _____ (14) 。

- (A) $v^{0.5}$ (B) v (C) $v^{1.5}$ (D) v^2

十三、一艘消防船所配置的水泵在靜止的水面下，水泵的進水口與出水口具有相同的截面積。水經水泵加壓後從高於水面 $H = 3.00 \text{ m}$ 的噴嘴，射出直徑 $d = 5.00 \text{ cm}$ 的水流。忽略各類能量損失，水泵需要提供的壓力差為 _____ (15) MPa。若從噴嘴射出的水流速率為 $v = 30.0 \text{ m/s}$ ，則水泵必須提供的功率為 _____ (16) kW。取重力加速度 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ ，水的密度 $\rho = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。

十四、一個簡單的回音實驗如圖 8 所示，其中儀器 A 會使空氣振動產生超聲波，此超聲波再經由前方兩端開口的細圓管進行共振而將第二諧音的強度放大，偵測器 B 則包含高指向收音裝置和頻譜分析儀。若偵測器 B 在儀器 A 啟動之後的時間 t 開始測到自牆面反射訊號，且細圓管長度為 L ，細管管口和儀器 B 的直線距離是 $2d$ ，則儀器 A 的振動頻率 $f =$ _____ (17) 時，偵測器 B 會測量到最強的訊號。

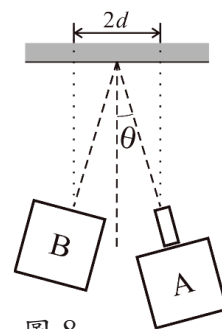


圖 8

十五、一個熱氣球的氣囊，可近似為中空的圓球形絕熱薄壁剛體，容積固定為 $V_0 = 400 \text{ m}^3$ ，此氣囊除底部有一通向大氣的開口外，其餘部分密閉不漏氣。不包括囊內空氣時，氣囊和熱氣球其他部分(包括燃燒器、人員與載物)的總質量為 $m = 200 \text{ kg}$ 。假設氣囊內、外的空氣，都可視為雙原子理想氣體，且其最初的溫度 $T_0 = 283 \text{ K}$ ，壓力 $P_0 = 101 \text{ kPa}$ ，質量密度為 $\rho_0 = 1.25 \text{ kg/m}^3$ 。若囊內充滿密度為 ρ_f 的熱空氣時，熱氣球剛好懸浮而可以開始升空，則密度 $\rho_f =$ _____ (18) kg/m^3 。
為了加熱囊內空氣，在氣囊中心處，以燃燒器加熱囊內溫度為 T_0 的空氣。假設囊內、外空氣壓力固定為 P_0 ，且囊內空氣受熱膨脹後往囊頂上升，在足夠短的時間內均勻充滿氣囊，以致囊內冷、熱空氣之間的熱交換可忽略，而囊內未被加熱、溫度為 T_0 的冷空氣則下沉，經由氣囊底部開口離開。已知當整個氣囊均勻充滿溫度為 T_f 的熱空氣時，若將燃燒器關閉，則熱氣球正好懸浮而可以開始升空。依據上述，絕對溫度 T_f 為 _____ (19) K，燃燒器經由熱轉移，提供給囊內空氣的能量為 _____ (20) J。

十六、一個半徑 r 的圓柱型容器盛裝絕對溫度 T_2 的液體，液體的汽化熱為 L 、發射係數為 e 、液面起始高度為 H 。當環境的絕對溫度穩定維持在 T_1 且 $T_1 > T_2$ ，則液體必須部分汽化才能將溫度維持在 T_2 。在忽略容器的吸、放熱，且環境和液體只透過輻射進行熱的傳遞的情況，則液面在高度 h 的瞬間，其高度變化率為 _____ (21) 。假設液體密度為 ρ 。

註：物體在絕對溫度 T 時的熱輻射功率 $P = e \sigma A T^4$ ，其中 σ 是常數、 A 是物體的表面積。

十七、 在某透明水溶液中，一單頻光的傳播速率隨水溶液的密度變高而連續遞減。今以透明之均勻平板薄片組成的長方體容器，盛裝此水溶液，當容器靜置於水平桌面上後，發現水溶液的密度由下而上隨高度連續遞減。若將上述單頻光的平行光束甲與乙，如圖 9 所示分別沿垂直與水平方向射入水溶液中，則下列敘述何者正確？

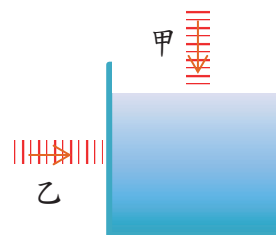


圖 9

答：____(22)____。

- (A) 兩光束均不偏向
- (B) 甲光束會向左偏
- (C) 甲光束會向右偏
- (D) 乙光束會向上偏
- (E) 乙光束會向下偏

十八、 兩個絕熱良好的密閉容器，以絕熱隔板分開，兩氣室內裝有單原子氣體分子理想氣體，其起始的壓力、體積與溫度如圖 10 所示。氣體與容器、隔板的熱交換可忽略。考慮隔板移走後，氣體達平衡後內能為____(23)____。

P	T	$3P$	$4T$
V		$2V$	

圖 10

十九、 銀河的中大部份的恆星集中在距銀河中心半徑為約為 10000 光年內，總質量為 M ，銀河邊緣星體密度相當稀薄，太陽離銀河中心距離約 $R_0=27000$ 光年。根據牛頓重力理論，質量為 m 。距離銀河中心為 r 的邊緣星體所受重力為 $F = \frac{GMm}{r^2}$ ， G 為重力常數。試求邊緣星體繞行銀河中心速度 $v = \underline{\hspace{2cm}}(24)\underline{\hspace{2cm}}$ 。

已知觀測到的銀河系中恆星繞行銀河中心作圓周運動的速度，與距銀河中心距離的關係如圖 11 所示，遠離銀河中心的恆星，其速度呈現一個定值 V_0 ，圖中的星號標記太陽的位置。理解這個速度分佈的可能性如下：

(i) 有人提議在物體加速度 a 非常小時，例如銀河邊緣星體繞行銀河中心的情形下，修改牛頓第二運動定律的形式為

$F = m \frac{a^2}{a_0}$ ； a_0 為一未知常數。請依此修改的牛頓第二運動定律，求星體繞行銀河中心速度 $v = \underline{\hspace{2cm}}(25)\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(ii) 也有人認為銀河系裡存在著許多不發光的物質，稱為暗物質(dark matter)，銀河系浸在以銀河系中心為球心、球形分布的暗物質質量裡(dark matter halo)。根據這個假設，試推測太陽系中暗物質的密度為____(26)____。

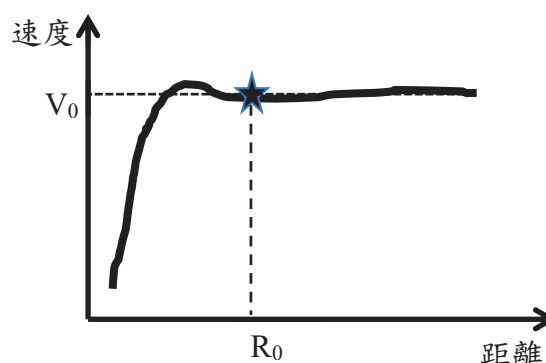


圖 11

二十、考慮一斷崖式海岸，長而且直的海岸線連接上的海域為等水深的深海域，海水的深度為 H 。今有來自陸地的地震波（S-波，上下震動）正向朝向海岸線行進，考慮在海中所產生的水波。我們只考慮岸邊震動對海水的影響，忽略地震波在海床對海水的影響，同時所考慮的震動頻率， $\lambda \ll H$ 的條件成立，使得海水水波的速率 v 與波長 λ 的關係為

$$v = \sqrt{g\lambda/(2\pi)}。$$

此處 g 為重力加速， x 為離岸距離，描述海水水波高度差的 $f(x, t)$ 表示在位置 x 處時間 t 時，水面高度與平衡的水面高度的差值。

(a) 若地震波維持一段長時間，使岸邊的水波為穩定波動 $f_0(0, t) = A \cos(\omega t)$ ，試求 $f_0(x, t) = \underline{\hspace{2cm}} (27)$ 。

(b) 若地震波維持一段長時間，使岸邊水波的穩定波動為

$$f(0, t) = 2A \cos(\omega t) + A \cos((\omega + \Delta\omega)t) + A \cos((\omega - \Delta\omega)t)，且\Delta\omega \ll \omega，$$

則 $f(x, t)$ 可寫為 $f(x, t) = f_0(x, t) F(x, t)$ ，試求 $F(x, t) = \underline{\hspace{2cm}} (28)$ 。

二十一、如圖 12 所示，考慮 4 個質量為 M 、長度為 L 的均勻長方形積木，在積木可保持平衡的前提下，當 $x = x_1 + x_2 + x_3$ 為最大時，求 $x = \underline{\hspace{2cm}} (29)$ 。

如果在最上層積木的右端放置一個質量為 m 的質點，在積木仍然能保持平衡的前提下，如圖 13 所示，當 $x = x_1 + x_2 + x_3$ 為最大時，求 $x = \underline{\hspace{2cm}} (30)$ 。

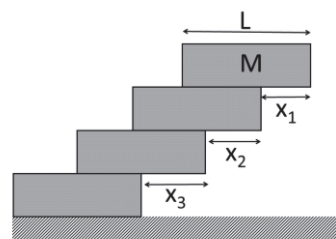


圖 12

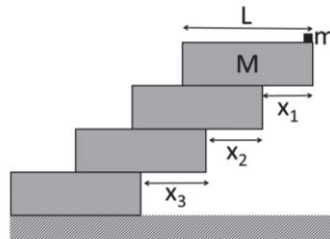


圖 13

貳、 計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

一、在大氣層上方離地表約 200 km 處運行的人造衛星，因空氣阻力使該人造衛星將無法維持其力學能守恆的條件。若衛星所受的空氣阻力 $\vec{F}$ 與其運行速度 v 之關係，可表示為： $\vec{F} = -k\vec{v}$ ， k 為一數值為正的係數，可近似為： $k \approx Spv$ ，其中 S 為衛星的截面積， ρ 為該處的空氣密度。現假設一球狀衛星在距離地球表面 $h = 160$ km 處，以圓形軌道運行。衛星的質量 $m = 100$ kg，截面積 $S = 1$ m²，且該處的空氣密度 $\rho = 10^{-9}$ kg/m³。

試問：

(a) 該衛星當時因受空氣阻力而造成的加速度(a_t)量值，與其向心加速度(a_r)量值的比值 a_t/a_r (7 分)

(b) 假設衛星的運行軌道在空氣阻力作用下，雖然半徑與速率可能隨時間改變，但在任何時刻仍可視為是以圓形軌道運行，試導出衛星速率隨時間的變化 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ 與人造衛星速率 v 的關係。(8 分)

(已知地球的質量 $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg; 半徑 $R = 6371$ km; 重力常數 $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N · $\frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$ 。)

二、張拉整體結構 (Tensegrity sculpture)

張拉整體結構是巴克敏斯特·富勒(Buckminster Fuller)創建，用於描述由繩索、電纜等剛性構件組合而成的結構系統。此結構系統會使得看似柔軟的繩子可以撐起物體，讓物體產生懸浮的效果。圖 14 所示為一透過長度 L_1 與 L_2 之細繩使一木塊(以虛線圈起來)懸浮在空中之最簡單的張拉整體結構的側視圖，設水平方向(平行地面)為 x 軸、進入紙面的方向為 y 軸以及鉛直方向為 z 軸，若木塊的質量為 m ，不計細繩的質量，長度為 L_1 與 L_2 之細繩上的張力量值各為 T_1 與 T_2 ，試問

(a) 克服木塊重力造成懸浮之力的量值為何？

(以 T_1 、 T_2 表示)(2 分)

(b) 設 O 點的 x 座標為 x 軸的原點，平衡時木塊質心的 x 座標為 $-x_1$ ，長度 L_2 之細繩繫在地面之點的座標為 x_2 。

(i) 以 x_1 、 x_2 、 mg 表示 T_1 和 T_2 。(4 分)

(ii) 若將木塊質心在 xz 平面上小幅度偏離平衡點後釋放，懸浮木塊之質心將在 xz 平面上平衡點附近進行小幅度振盪，試問振盪的頻率為何？(9 分)

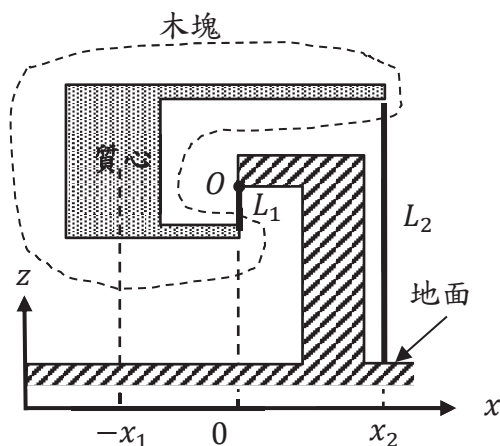


圖 14

2022 年第 22 屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第 52 屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試參考解答

壹、選擇填充混合題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

一、(1) (B) 註: (B)選項應為 $\beta = 1$ ，本題送分。

二、(2) $P_f = P_i \left(1 + \frac{2W}{3nRT_i}\right)^{\frac{5}{2}}$

三、(3) $\frac{R^4}{2ga^4}v^2$ 新增 $\frac{v^2}{2g}\left(\frac{R^2}{a^2} - 1\right)^2$

四、(4) $\Delta y = \frac{mg}{\Gamma L}(L - x)\Delta x$ 新增 $\frac{mg}{\Gamma L}(L - x)\Delta x - \Delta x$

(5) $L\left(1 + \frac{mg}{2\Gamma}\right)$ 新增 $\frac{mg}{2\Gamma}L$

五、(6) (A)

六、(7) 2 m/s，(8) 300 J

七、(9) $\frac{\rho A v^2 \sin \theta}{mg + \rho A v^2 \cos \theta}$

八、(10) (C)

九、(11) $\mu_s \geq \frac{1}{3} \tan(\phi)$

十、(12) $T = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{8k}}$

十一、(13) $\frac{\left| \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \theta} \right|^{\frac{1}{2n}}}{}$

十二、(14) (D)

十三、(15) 0.479 MPa、新增 0.0294，(16) 28.2 kW

十四、(17)修正為 $\frac{2d+L \sin \theta}{tL \sin \theta}$

十五、(18) 0.750 kg/m³，(19) 472 K，(20) 5.66 × 10⁷ J

十六、(21) $-\left(\frac{2 e \sigma}{\rho r L}\right) (T_1^4 - T_2^4) (r + h)$ 註: ρ 為液體密度; 形式正確給分。

十七、(22) (E)

十八、(23) 21/2 PV

十九、(24) $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ，(25) $v = (a_0 GM)^{1/4}$ ，(26) $\frac{1}{4\pi R_0^2} \frac{V_0^2}{G}$

二十、(27) $A \cos(\omega^2 x/g - \omega t)$ ，(28) $4 \cos^2 \left[\frac{\Delta \omega}{2} \left(\frac{2\omega}{g} x - t \right) \right]$

二十一、(29) $(11/12)L$ ，(30) $\frac{M(11M^2 + 12mM + 3m^2)}{2(m+M)(m+2M)(m+3M)} L$

計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

第 1 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 7 分	寫出切線方向加速度 $a_t = \frac{Spv^2}{m}$	2	不考慮方向
	寫出向心加速度 $a_r = \frac{GM}{(R+h)^2}$	2	不考慮方向
	得出正確量值 $a_t = 6.12 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ $a_r = 9.35 \text{ m/s}^2$ $\frac{a_t}{a_r} = 6.5 \times 10^{-5} \text{ or } \frac{1}{15000}$	3	i)可僅寫正確比值 ii)若比值錯誤，但 a_t, a_r 數值正確，各得 1 分
(b) 8 分	寫出 $\frac{\Delta E}{\Delta t} = -kv^2$	3	寫正號僅得 2 分
	寫出 $\Delta E = -mv\Delta v$ or $\frac{\Delta E}{\Delta t} = -\frac{mv\Delta v}{\Delta t}$	3	寫正號僅得 2 分
	得出 $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{k}{m} v$	2	寫負號僅得 1 分

第 2 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 2 分	寫出 $T_1 - T_2$	2	
(b) (i) 4 分	寫出力平衡 $T_1 = T_2 + mg$	1	
	寫出力矩平衡 $T_1 x_2 = mg(x_1 + x_2)$ 或 $T_2 x_2 = mgx_1$ 或 $T_1 x_1 = T_2(x_1 + x_2)$	1	
	得出正確 $T_1 = \frac{x_1+x_2}{x_2} mg$, $T_2 = \frac{x_1}{x_2} mg$	2	
(b) (ii) 9 分	寫出木塊質心 x 方向偏移量 $\Delta x (= x'_1 - x_1) = L_1 \theta_1 = L_2 \theta_2$	2	僅寫 $L_1 \theta_1 = L_2 \theta_2$ 亦可
	寫出木塊 x 方向受力方程式 $T'_1 \theta_1 + T'_2 \theta_2 = -m \frac{d^2 x}{dt^2}$	2	
	寫出 $T'_1 \approx T_1, T'_2 \approx T_2$	1	
	寫出 $mL_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = -\left(T_1 + \frac{L_1}{L_2} T_2\right) \theta_1$ 或 $mL_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = -\left(\frac{L_2}{L_1} T_1 + T_2\right) \theta_2$	2	
	得出 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{x_1+x_2}{x_2} \frac{g}{L_1} + \frac{x_1}{x_2} \frac{g}{L_2}}$ 或 $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L_1} + \frac{x_1}{x_2} \frac{(L_1 + L_2)g}{L_1 L_2}}$	2	