

2024年第24屆亞洲物理奧林匹亞競賽 及第54屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊複選考試

理論試題

2024年2月3日

13:30~16:30

考試時間：三小時

〈〈注意事項〉〉

- 一、限使用黑色或藍色原子筆作答。
- 二、本試題共有計算題六大題，每題25分，合計150分。
- 三、各計算題請在答案卷上指定頁面的正面作答，每大題答案卷二頁。
- 四、可使用掌上型計算器（含科學工程式計算機）。

可能用到的數學公式(t 為時間, x 為任意物理量)

1. $f'(x) \equiv \frac{df}{dx}$, $f''(x) \equiv \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{df}{dx}\right)$;

$$\dot{x}(t) \equiv \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x}(t) \equiv \frac{d^2x}{dt^2}.$$

2. $\frac{d}{dx}(ax+b)^m = ma \cdot (ax+b)^{m-1}$; $\frac{d}{dx}\ln(ax+b) = a \cdot (ax+b)^{-1}$;

$$\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax}; \quad \frac{d\sin(ax)}{dx} = a\cos(ax); \quad \frac{d\cos(ax)}{dx} = -a\sin(ax)$$

3. $\int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{(m+1)a} + C$, $m \neq -1$; $\int (ax+b)^{-1} dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C$;

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a}\cos(ax) + C; \quad \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a}\sin(ax) + C,$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C; \quad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C. \text{ (在此, } C \text{ 為一個常數)}$$

4. $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$, $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$

5. $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \dots$

6. 泰勒展開:

$$e^x \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \dots, \quad \sin x \approx x - \frac{1}{6}x^3 + \dots, \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \dots.$$

7. $I_n \equiv \int_0^\infty x^n e^{-x^2} dx$, $I_0 = \sqrt{\pi}/2$, $I_1 = 1/2$, $I_2 = \sqrt{\pi}/4$

8. 平行軸定理:

設直線 L_{CM} 通過一剛體的質心, 若有一旋轉軸 L 平行於 L_{CM} , 則剛體繞此旋轉軸 L 轉動之轉動慣量 I 可寫為:

$$I = I_{CM} + Md^2$$

其中 I_{CM} 為剛體繞質心旋轉軸 L_{CM} 轉動的轉動慣量, M 是剛體的質量, d 為 L 與 L_{CM} 之間的距離。

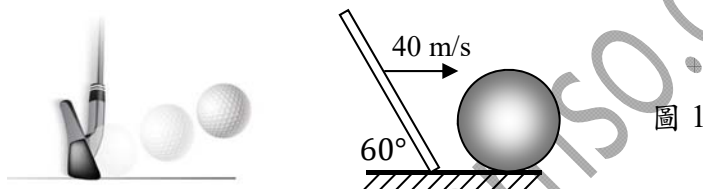
2024年第24屆亞洲物理及第54屆國際物理奧林匹亞競賽 國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

一、 高爾夫球的擊球

高爾夫球的擊球及飛行物理極為複雜，我們考慮一個略為簡化但仍貼近實際狀況的模型。高爾夫球桿有許多規格，其中某廠商出產的「7 號桿」桿頭之桿面與水平地面有一夾角 60° ，假設該桿面在擊觸一個靜止於水平地面的球時，過程中此夾角保持固定，也就是桿頭的運行路徑與地面平行，示意圖如圖 1。擊球前後的桿頭速率皆保持為 40 m/s ，此高爾夫球與該球桿面撞擊的恢復係數為 0.7 ，球被擊出後瞬間相對於地面的速度與水平方向的夾角為 20° ，高爾夫球為半徑 (R) 2 公分、質量 45 克的正圓球體。球與地面的摩擦力可忽略，重力加速度量值為 10 m/s^2 。在本題的情境中，恢復係數可定義為

$\frac{|\vec{v}_{\text{out}} \cdot \vec{n}|}{|\vec{v}_{\text{in}} \cdot \vec{n}|}$ ，其中 $\vec{v}_{\text{in}}$ 、 $\vec{v}_{\text{out}}$ 分別為撞擊前、後的球相對於桿面的速度，而 $\vec{n}$ 為球桿面的法向量。



- (A) 求高爾夫球在被擊出、離開桿面瞬間時，其相對於桿面之速度方向與桿面法向量的夾角 (即球相對於桿面的出射角)，答案以「度」為單位。
- (B) 求此時高爾夫球相對於地面座標系的速率。
- (C) 假設高爾夫球在被擊出後，只受重力作用，求其落至地平面時的水平位移量值。(由於忽略空氣阻力的緣故，這個量值會比實際值高出將近一倍)
- (D) 假設高爾夫球在離開桿面瞬間的形狀為正圓球體，而且球面和球桿面接觸的整個過程無滑動，估計球被擊出瞬間的自旋角速率 ω ，答案以 rpm (每分鐘轉數) 為單位。
- (E) 上題中的自旋會造成馬格納斯效應 (Magnus Effect)，也就是球會因為白努利定律而獲得一個同時垂直於行進方向及自旋角速度方向的推力，我們將這個推力簡化為單純的鉛直上升力 $F = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_L$ ，其中 ρ 為空氣密度 1.225 kg/m^3 ， v 為球的水平速率， A 為球的截面積， C_L 為升力係數。假設 ω 始終不變， $C_L \approx 0.1 \omega R / v$ ，只考慮重力及馬格納斯效應，則高爾夫球落至地平面時的水平位移量值比(C)小題的答案增加或減少了多少？

二、 靜電作用力

本問題僅考慮電荷間的靜電作用力，忽略重力和任何其他作用力的影響，並假設在無窮遠處電位能為零。

(A) 二質點，質量分別為 m_1 、 m_2 ，電量分別為 $+q_1$ 、 $+q_2$ (q_1 、 q_2 同號)，從遠處以**相對速率** v ，沿二者質心連線朝彼此靠近，求二者可能接近的最短距離為何？

(B) 如圖 2 所示，考慮一固定於空間，半徑為 R ，質量為 M_1 的**非導體薄球殼**，其上均勻分布總電量為 $+Q_1$ 的電荷，且在其直徑兩端各開設有一小洞。假設該小洞的存在，不影響球殼上的電荷分佈，且對該球在空間中產生的電場之影響可以忽略。現若在距該球殼中心極遠處有另一質量為 M_2 、帶電量為 $+Q_2$ 的質點 (Q_1 、 Q_2 同號)，以初速度 $\vec{v}$ 沿球殼上兩小洞的連線，朝球殼中心運動。假設 M_2 的電量亦不影響 M_1 上的電荷分佈，問 M_2 可以穿過 M_1 的條件為何？穿過時，其在球殼內停留的時間為何？



圖 2

(C) 承(B)小題，若 M_1 原為靜止，但可以自由運動，則 M_2 可以穿過 M_1 的條件為何？穿過時，其在球殼內停留的時間為何？

三、 溫度直減率

- (A) 將地表上空的乾燥空氣視為莫耳質量為 M 、定壓對定容比熱的比值為 γ 的理想氣體，並將它由地面垂直上升到對流層頂的過程，視為速率極慢且為絕熱的穩流。假設地球重力加速度固定為 g ，並令通用氣體常數為 R ，在地表上空垂直高度 y 處的大氣絕對溫度為 T ，試求在大氣對流層中乾燥空氣的溫度直減率 dT/dy 。答案需須給出 dT/dy 的數學式，並計算其數值。計算本題數值時，將空氣視為 80% 的氮氣與 20% 的氧氣組成，已知氮原子量為 14、氧原子量為 16、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ 。
- (B) 已知實際測得的地球大氣溫度直減率約為 -6.5 K/km 。若利用(A)部分中的模型所求得的直減率與實際測量值有顯著差異，試分析其可能原因。
- (C) 火星表面上空的大氣，主要為乾燥的 CO_2 ，其定壓對定容比熱的比值 $\gamma = 1.30$ 。已知火星相對於地球的質量比與半徑比分別為 0.108 與 0.532，試求火星表面大氣對流層的溫度直減率。
- (D) 水手號(Mariner)太空探測器於 1969 年測得火星對流層的溫度直減率為 -1.5 K/km ，而維京人號(Viking)探測器於 1976 年測得的溫度直減率則為 -2.0 K/km ，這兩個數據偏離了(C)部分中的理論計算值，主要是因為火星大氣中的塵埃。為什麼灰塵會影響直減率？水手號和維京人號哪個任務發生在灰塵較多的環境中？

四、 光的干涉

已知一道光束 S 射入一塊厚玻璃，玻璃底部塗佈為鏡面，如圖 3 所示。入射光由空氣層入射，於玻璃面反射，形成光束 1；而折射光於下玻璃鏡面反射後穿透玻璃回到空氣層，形成光束 2。玻璃折射率為 n ，空氣折射率為 $n_0 (=1)$ 。

(A) 考慮圖 3 中的(a)圖，已知玻璃厚度均勻為 t ，入射角為 θ ，計算兩光束間距 d 。

(B) 同(A)小題，在入射角度為 θ_{max} 時，可使間距 $d (=d_{max})$ 最大，求出 θ_{max} 與 d_{max} 。此處可以假設 $n^2 \gg 1$ 來估計 θ_{max} 的大約角度。

(C) 現在考慮圖 3 中的(b)圖，玻璃厚度不均勻，厚玻璃兩表面有一楔角 α (如圖示)，光束 1 與 光束 2 交於 P 點，求兩束光線間夾角 ϕ 。以 n, θ ，以及 α 表示。此處假設 $\alpha \ll 1$ ， $\phi \ll 1$ 。

(D) 求兩束光線於 P 點時的光程差 Δ 。以 n, θ ，以及圖中的 h 表示。

(E) 若此時觀察到 P 點光強度最大，求此光源最長波長 λ 為何。

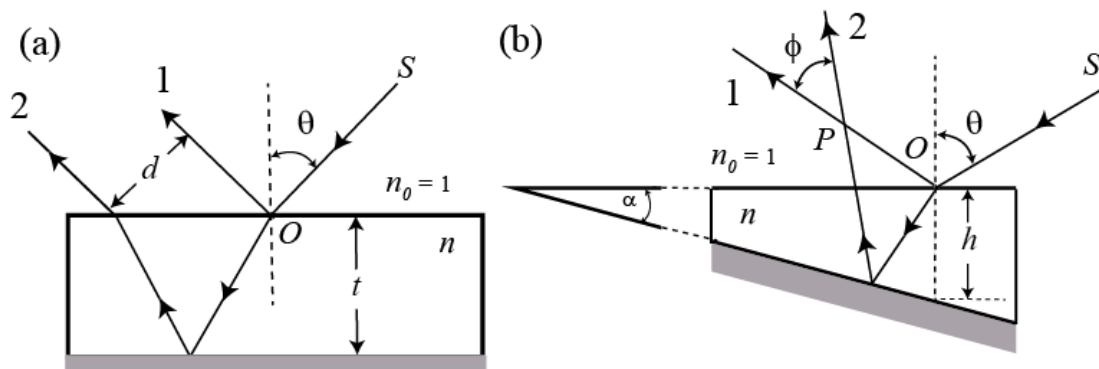


圖 3

五、剛體運動

考慮一長度為 l ，質量為 m 且均勻分布的木棒，直立地緊貼著牆邊。本題討論因牆面與地面的震動，所造成木棒滑落或翻落的不穩定行為。

- (A) 震動使得木棒底端以一極小的距離（或是角度，計算時當成無限小而可忽略）離開牆面，但頂端仍緊靠著牆面，這種情形只有在地面十分光滑時系統才會是不穩定的，如圖 4 的左圖所示。假設木棒以此狀態從靜止開始滑落，且木棒與地面及牆面間的摩擦力均可忽略，請問木棒離開牆面時與牆面的夾角 θ_1 之餘弦值 $\cos \theta_1$ 為何？過程中牆面需承受木棒施力的最大值 $N_{\max}$ 為何？
- (B) 給定木棒與地面及牆面間的動、靜摩擦係數均分別為 μ_k 與 μ_s 。震動使得木棒頂端以一極小的距離離開牆面，但底端仍緊挨著牆面（或是角落），此時系統是不穩定的，如圖 4 的右圖所示。假設梯子以此狀態從靜止開始翻落，梯子離開牆面時與牆面的夾角 θ_2 之餘弦值 $\cos \theta_2$ 為何？從梯子與牆面的夾角為 $\theta_0 < 0.1$ 到離開牆面所經歷的時間 T 為何（以 θ_0 與 θ_2 來表示）？
- (C) 承(B)小題，如果木棒摔落到地上時與地面間的碰撞為完全非彈性碰撞，則木棒完全落地後的瞬間，其貼地運動的速率為何？

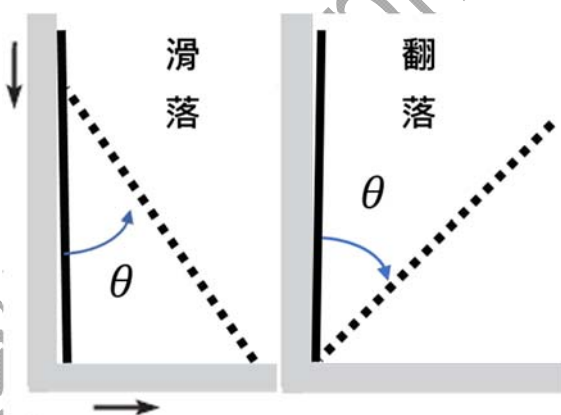


圖 4

- 一長度為 l ，質量為 m 且均勻分布的木棒，繞其質心轉動之轉動慣量

$$I = \frac{1}{12} ml^2$$

- 可能會用到積分公式 $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left(\tan \frac{x}{2} \right)$

六、

如右圖 5 所示，考慮一個半徑為 R_0 的環形空腔，其截面為一個半徑為 r_0 的圓形，且 $r_0 \ll R_0$ ，圖中 O 為原點。

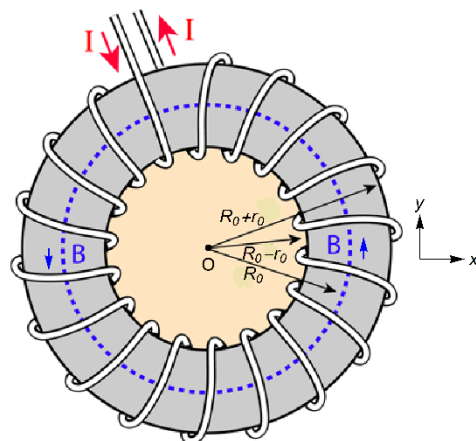


圖 5

- (A) 若圓環上均勻緊密地纏繞了 N 圈導線，若此環形空腔內的磁場為

$$\vec{B}_1 = \frac{\alpha_0 R_0 B_0}{r} (-\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}), \text{ 求 } \alpha_0, \text{ 以}$$

N, I, R_0 與相關物理常數表示之。這裡 r, ϕ 是平面上極座標的徑向與角度座標。

- (B) 為了使帶電粒子被限制在環形空腔內運動，我們在空間中加上一個沿 z 方向的均勻磁場

$\vec{B}_2 = B_0 \hat{z}$ 。若質量為 m 、電荷為 q 的帶電粒子在此環形空腔內作半徑為 R_0 的等速圓周運動，求此圓周運動的角頻率 ω_0 。

- (C) 質量為 m 、電荷為 q 的帶電粒子在此環形空腔內運動，寫出此粒子在 r, ϕ, z 方向的運動方程式。

- (D) 承(C)小題，考慮帶電粒子受到小擾動而偏離(B)小題所提到的圓周運動。即令 $r(t) = R_0 + \delta r(t)$, $\phi(t) = -\omega_0 t + \delta \phi(t)$, $z(t) = \delta z(t)$ ，並將(C)小題中的運動方程式展開到 $\delta r(t), \delta \phi(t), \delta z(t)$ 的一階。

- (E) 若 $\delta r(0) = 0, \delta \dot{r}(0) = v_0, \delta \phi(0) = 0, \delta \dot{\phi}(0) = 0, \delta z(0) = 0, \delta \dot{z}(0) = 0$ ，求 $\delta r(t)$ 。

- (F) 若要避免帶電粒子受到擾動後撞到環形空腔的管壁，若 $\frac{v_0}{r_0 \omega_0}$ 必須滿足什麼條件？

小題	內容	得分	備註
(A) 7 分	得出 $v_{\text{out}} = \frac{14\sqrt{3}}{\cos \theta}$	2	
	寫出 $\tan 20^\circ = \frac{v_{\text{out}} \sin(30^\circ + \theta)}{40 + v_{\text{out}} \cos(30^\circ + \theta)}$	2	
	得到 $\tan \theta = \frac{61 \tan 20^\circ - 7\sqrt{3}}{21 + 7\sqrt{3} \tan 20^\circ} \approx 0.3966$	2	
	正確寫出 $\theta \approx 21.6^\circ$	1	
(B) 6 分	得到正確相對於地面的鉛直速率 $v_v = v_{\text{out}} \sin(30^\circ + \theta) \approx 20.45 \text{ m/s}$	2	
	得到正確相對於地面的水平速率 $v_h = 40 + v_{\text{out}} \cos(30^\circ + \theta) \approx 56.19 \text{ m/s}$	2	
	得到正確相對於地面的速率 $v_g = \sqrt{v_v^2 + v_h^2} \approx 59.8 \text{ m/s}$	2	
(C) 4 分	寫出正確 $t = \frac{2v_v}{g} \approx \frac{2 \cdot 20.45}{10} \approx 4.09 \text{ s}$	2	
	得到正確 $d = v_h t \approx 230 \text{ m}$	2	
(D) 5 分	寫出 $v_{\text{out}} \sin \theta = R\omega$	2	
	得到正確 $\omega \approx 480 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 4584 \text{ rpm}$	3	
(E) 3 分	得到正確 $d_L \approx 253 \text{ (m)}$	3	

第 2 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 8 分	解法 1(質心座標)： 得到 $v'_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2}v$; $v'_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}v$	4	
	正確得出 $r_{min} = \frac{2k_e q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{m_1 m_2 v^2}$	4	
	解法 2(實驗室座標)：得到 $E_{k,min} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$	4	
	正確得出 $r_{min} = \frac{2k_e q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{m_1 m_2 v^2}$	4	
(B) 7 分	正確得到 $v_2 = \sqrt{v^2 - \frac{2k_e Q_1 Q_2}{M_2 R}}$	3	
	寫出 $\frac{M_2 v^2}{2} > \frac{k_e Q_1 Q_2}{R}$	2	
	正確得到 $t = \frac{2R}{\sqrt{v^2 - \frac{2k_e Q_1 Q_2}{M_2 R}}}$	2	
(C) 10 分	得出相對速度 $v'_2 - v'_1 = \sqrt{v^2 - \left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)\left(\frac{2k_e Q_1 Q_2}{M_2 R}\right)}$	5	
	寫出 $v^2 > \left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)\left(\frac{2k_e Q_1 Q_2}{M_2 R}\right)$	2	
	或 $\frac{1}{2}\left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}\right)v^2 > \frac{k_e Q_1 Q_2}{R}$		
	正確寫出 $t' = \frac{2R}{v'_2 - v'_1} = \frac{2R}{\sqrt{v^2 - \left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)\left(\frac{2k_e Q_1 Q_2}{M_2 R}\right)}}$	3	

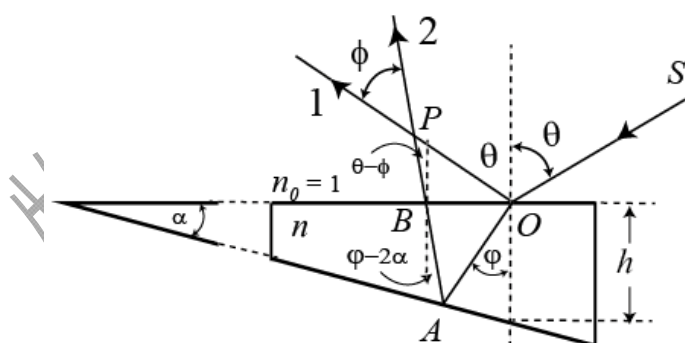
第 3 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 10 分	寫出 $\frac{1}{2}v^2 + gy + \frac{P}{\rho} + \frac{c_V}{M}T = \text{定值}$	2	
	寫出 $\frac{P}{\rho} = \frac{R}{M}T$	2	
	得出 $\frac{dT}{dy} = -\frac{Mg}{c_P}$	2	
	得出 $\frac{dT}{dy} = -\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\frac{Mg}{R}$	2	
	正確得到 $\frac{dT}{dy} = -9.7 \text{ K/km}$	2	
(B) 4 分	寫出： “空氣不是真正的理想氣體”	1	
	寫出： “空氣中含有水蒸氣，隨著高度上升，溫度下降，因此水可能會凝結成液滴或冰晶，而釋放其汽化熱，將空氣溫度升高到高於根據(A)部分所預期的值	3	
(C) 7 分	正確寫出: $\frac{g'}{g} = 0.382$	2	
	寫出 $\frac{dT'}{dy} = \frac{dT}{dy} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right) \left(\frac{\gamma'-1}{\gamma'}\right) \frac{g'M'}{gM}$	3	
	正確得到 $\frac{dT'}{dy} = -4.6 \text{ K/km}$	2	
(D) 4 分	寫出 “大氣中的塵埃可吸收並散射來自太陽穿過大氣層的電磁輻射能量，與沒有吸收陽光的情況相比，溫度隨高度的下降幅度較小”	2	
	寫出 “塵埃量越大，遞減率與(C)部分的理論值偏差越大”	1	
	正確寫出 “水手號”	1	

第 4 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 4 分	正確寫出 $d = \frac{2t \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}$	4	
(B) 2 分	正確寫出 $d_{\max} = \frac{t}{n}$ 或 $d_{\max} = \frac{t}{\sqrt{n^2 - \frac{1}{2}}}$	2	
(C) 6 分	寫出 $\sin(\theta - \phi) = n \sin(\varphi - 2\alpha)$ 以及 $\sin \theta = n \sin \varphi$	2	
	寫出 $\sin \frac{\phi}{2} = n \sin \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} / \cos \theta$ 或 $\phi = 2n\alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} / \cos \theta$	4	
(D) 10 分	寫出 $\Delta = n(OA + AB) + n_0(BP - OP)$	2	$n_0 = 1$
	利用 $\triangle OAB$ 得出 $OA + AB \approx 2h / \cos \varphi$	2	
	利用 $\triangle OBP$ 得出 $BP - OP \approx -\frac{2h \sin \varphi \sin \theta}{\cos \varphi}$	2	
	得到 $\Delta \approx 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$	4	
(E) 3 分	寫出 $\Delta = m\lambda, m = 1, 2, 3,$	1	
	正確寫出：最大波長 $\lambda_{\max} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$	2	

附圖：



第 5 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 11 分	得到 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g(1-\cos\theta)}{r(1+\alpha)}} = \sqrt{\frac{3g(1-\cos\theta)}{l}}$	4	$r = \frac{l}{2}$
	寫出 $N = \frac{mg}{1+\alpha} \sin\theta (3\cos\theta - 2)$ $= \frac{3}{4}mg \sin\theta (3\cos\theta - 2)$	3	$\alpha = \frac{1}{3}$
	得到 $\cos\theta_1 = \frac{2}{3}$	2	
	得到 $N_{\max} = \frac{mg}{16}(\sqrt{19} - 3)\sqrt{16 - 2\sqrt{19}} \approx 0.229mg$	2	
(B) 10 分	得到 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g(1-\cos\theta)}{l}}$	4	
	寫出 $N = \frac{3}{4}mg \sin\theta (3\cos\theta - 2)$	2	
	得到 $\cos\theta_2 = \frac{2}{3}$	2	
	得到 $T = \sqrt{\frac{2l}{3g}} \left[\ln\left(\tan\frac{\theta_2}{4}\right) - \ln\left(\tan\frac{\theta_0}{4}\right) \right]$	2	
(C) 4 分	得出 $v_x = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{5}\mu_k}{6} \sqrt{gl}, & \mu_k \leq \frac{2}{\sqrt{5}}; \\ 0, & \mu_k \geq \frac{2}{\sqrt{5}}. \end{cases}$	4	各 2 分

第 5 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 11 分	得到 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g(1-\cos\theta)}{r(1+\alpha)}} = \sqrt{\frac{3g(1-\cos\theta)}{l}}$	4	$r = \frac{l}{2}$
	寫出 $N = \frac{mg}{1+\alpha} \sin\theta (3\cos\theta - 2)$ $= \frac{3}{4} \sin\theta (3\cos\theta - 2)$	3	$\alpha = \frac{1}{3}$
	得到 $\cos\theta_1 = \frac{2}{3}$	2	
	得到 $N_{\max} = \frac{mg}{16} (\sqrt{19} - 3) \sqrt{16 - 2\sqrt{19}} \approx 0.229mg$	2	
(B) 10 分	得到 $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g(1-\cos\theta)}{l}}$	4	
	寫出 $N = \frac{3}{4} \sin\theta (3\cos\theta - 2)$	2	
	得到 $\cos\theta_2 = \frac{2}{3}$	2	
	得到 $T = \sqrt{\frac{2l}{3g}} \left[\ln\left(\tan\frac{\theta_2}{2}\right) - \ln\left(\tan\frac{\theta_0}{2}\right) \right]$	2	
(C) 4 分	得出 $v_x = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{5}\mu_k}{6} \sqrt{gl}, & \mu_k \leq \frac{2}{\sqrt{5}}; \\ 0, & \mu_k \geq \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$	4	各 2 分

第 6 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 2 分	寫出 $\alpha_0 = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R_0 B_0}$	2	
(B) 1 分	寫出 $\omega_0 = \frac{qB_0}{m}$	1	
(C) 5 分	寫出 $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{z}$ 正確得到 r 分量: $m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) + qB_0 \left[\frac{\alpha_0 R_0 \dot{z}}{r} - r\dot{\phi} \right] = 0$; ϕ 分量: $m(2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi}) + qB_0 \dot{r} = 0$; z 分量: $m\ddot{z} - qB_0 \left[\frac{\alpha_0 R_0 \dot{r}}{r} \right] = 0$ 。	2 3	 各 1 分
(D) 3 分	正確推得 r 分量: $(\delta\ddot{r}) + \omega_0 R_0 (\delta\dot{\phi}) + \alpha_0 \omega_0 (\delta\dot{z}) = 0$; ϕ 分量: $R_0 (\delta\ddot{\phi}) - \omega_0 (\delta\dot{r}) = 0$; z 分量: $(\delta\ddot{z}) - \alpha_0 \omega_0 (\delta\dot{r}) = 0$ 。	3	各 1 分
(E) 8 分	得出 $R_0 (\delta\dot{\phi}) = \omega_0 (\delta\dot{r})$	2	
	得出 $(\delta\dot{z}) = \alpha_0 \omega_0 (\delta\dot{r})$	2	
	得出 $(\delta\ddot{r}) + (1 + \alpha_0^2) \omega_0^2 (\delta\dot{r}) = 0$	2	
	正確的寫出 $\delta r = \frac{v_0 \sin(\Omega_0 t)}{\Omega_0}$, $\Omega_0 = \sqrt{1 + \alpha_0^2} \omega_0$	2	
(F) 6 分	得出 $\delta z = \frac{\alpha_0 v_0 \{1 - \cos(\Omega_0 t)\}}{\Omega_0 \sqrt{1 + \alpha_0^2}}$	2	
	若 $\alpha_0 < 1/\sqrt{3}$, $\frac{v_0}{r_0 \omega_0} < \sqrt{1 + \alpha_0^2}$	2	
	若 $\alpha_0 > 1/\sqrt{3}$, $\frac{v_0}{r_0 \omega_0} < \frac{1 + \alpha_0^2}{2\alpha_0}$	2	