

2025 年第 25 屆亞洲物理奧林匹亞競賽及 第 55 屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊初選考試

理論試題

2024 年 11 月 2 日

13：30~16：30

考試時間：三小時

〈〈注意事項〉〉

- 1、本試題包括選擇填充混合題三十格及計算題兩大題，合計總分為 150 分。
- 2、選擇填充混合題部分，請直接將答案填入指定之答案格內，未填入指定之位置者不予計分。
- 3、計算題部分，請在答案卷指定之位置作答。
- 4、可使用掌上型計算器（含科學工程式計算機）。
- 5、限以藍色或黑色原子筆作答。

常用到的數學公式(t 為時間, x 為任意物理量) 與 轉動慣量之平行軸定理

$$1. f'(x) \equiv \frac{df}{dx}, \quad f''(x) \equiv \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df}{dx} \right);$$

$$\dot{x}(t) \equiv \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x}(t) \equiv \frac{d^2x}{dt^2}.$$

$$2. \frac{d}{dx}(ax+b)^m = ma \cdot (ax+b)^{m-1}; \quad \frac{d}{dx} \ln(ax+b) = a \cdot (ax+b)^{-1};$$

$$\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax}; \quad \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax); \quad \frac{d \cos(ax)}{dx} = -a \sin(ax)$$

$$3. \int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{(m+1)a} + C, \quad m \neq -1; \quad \int (ax+b)^{-1} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C;$$

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C; \quad \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C,$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C; \quad \int \frac{dx}{x} = \ln x + C. \quad (\text{在此, } C \text{ 為一個常數})$$

$$4. \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$5. \text{當 } |x| \ll 1, \quad (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x,$$

$$e^x \approx 1 + x, \quad \sin x \approx x, \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}.$$

$$6. I_n \equiv \int_0^\infty x^n e^{-x^2} dx, \quad I_0 = \sqrt{\pi}/2, \quad I_1 = 1/2, \quad I_2 = \sqrt{\pi}/4$$

平行軸定理:

設直線 L_{CM} 通過一剛體的質心, 若有一旋轉軸 L 平行於 L_{CM} , 則剛體繞此旋轉軸 L 轉動之轉動慣量 I 可寫為:

$$I = I_{CM} + Md^2$$

其中 I_{CM} 為剛體繞質心旋轉軸 L_{CM} 轉動的轉動慣量, M 是剛體的質量, d 為 L 與 L_{CM} 之間的距離。

2025 年第 25 屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第 55 屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試試題

※本試題含選擇填充混合題和計算題兩部分，總分為 150 分，考試時間三小時。

壹、選擇填充混合題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

一、在一個密閉的可加熱保溫杯內封有一定量的理想氣體，保溫杯內有可通電流加熱氣體的燈絲，當氣體溫度升高時，保溫杯內體積不變，下列有關氣體的物理量，有哪些是增加的？(甲) 壓力、(乙) 密度、(丙) 內能、(丁) 對外做功

答：_____ (1)

- (A) 甲、乙
- (B) 甲、丙、丁
- (C) 甲、丙
- (D) 乙、丙、丁

二、已知聲音在理想氣體中的傳播速率為 $\sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$ ，其中 γ 為一常數， R 為氣體常數， T 為絕對溫度， M 為氣體分子量。若空氣可視為分子量為 29.0 g/mol 的理想氣體，且在 0.0 °C 時聲音的傳播速率約為 331 m/s。則以下敘述何者最正確：_____ (2)

- (A) 空氣的 γ 值約為 1.67，且在 100 °C 時聲音的傳播速率約為 387 m/s。
- (B) 空氣的 γ 值約為 1.40，且在 100 °C 時聲音的傳播速率約為 387 m/s。
- (C) 空氣的 γ 值約為 1.67，且在 100 °C 時聲音的傳播速率約為 391 m/s。
- (D) 空氣的 γ 值約為 1.40，且在 100 °C 時聲音的傳播速率約為 391 m/s。

三、一個大型儲存槽內所裝的 22.0 萬立方米的液化天然氣（簡稱 LNG），在正常溫度與壓力（以下簡稱 NTP，即 20.00 °C，101.325 kPa）下，會變成 1.30 億立方米的氣態天然氣，可供 650 萬戶家庭使用大約一個月。該儲存槽內每立方米的 LNG 可提供的 NTP 天然氣大約為 _____ (3) m³。

四、承上題，若天然氣可視為莫耳質量為 16.0×10^{-3} kg/mol 的理想氣體，且已知在標準溫度與壓力（以下簡稱 STP，即 0.00 °C，101.325 kPa）下，理想氣體的莫耳體積為 2.2414×10^{-2} m³/mol，則以 kg/m³ 為單位時，該儲存槽內 LNG 的質量密度最接近下列何者？_____ (4)

- (A) 3.93
- (B) 42.2
- (C) 393
- (D) 422

五、一質點沿正 x 軸做直線運動，其速率 v 可以表為： $v(x) = A\sqrt{x}$ ，其中 A 為一常數， x 為該質點與座標原點的距離。下列敘述何者正確？_____ (5)

- (A) 該質點的加速度 a 的量值為 $a = \frac{A}{2\sqrt{x}}$ 。
- (B) 該質點的加速度 a 的量值為 $a = \frac{A}{2}$ 。
- (C) 該質點由原點運動至 $x = L$ 處，所需的時間 $t = \frac{2\sqrt{L}}{A}$ 。
- (D) 該質點由原點運動至 $x = L$ 處，所需的時間 $t = 2\sqrt{\frac{L}{A}}$ 。

六、古羅馬的公共浴場有如圖 1 所示、稱為「高底爐」的加熱系統，這個古老的供暖系統巧妙運用了自然熱傳播的傳導、對流和輻射原理來提供室內暖氣，是遠古時期先進工程設計的代表。地下的一系列柱子支撐著上面的地板，柱子間有空隙，使火爐升起後加熱的空氣，流經此空間進到牆壁使用的空心磚，再由上方排出。熱空氣順著柱間與磚內空間行進，地板和磚頭因為熱空氣傳熱而變得溫暖，進而在房間內，創造一個舒適的室內溫度。下列關於浴場運用結構設計進行熱傳播的說明，何者最適當？_____ (6)

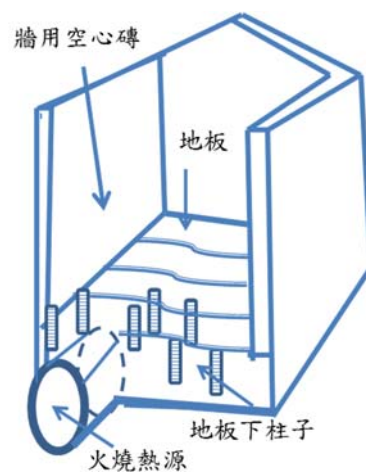


圖 1

- (A) 熱空氣因為比熱較小，通常會順著牆壁的空心磚上升，此上升的熱空氣流動可以推動整個系統中的氣流循環。
- (B) 地板和牆壁因為熱空氣的不斷流動和接觸而變得溫暖，熱量主要藉由傳導，創造房間內舒適的室溫。
- (C) 地板通常由石頭或瓦片製成，若選用比熱較大的木材，將更能吸收熱量並快速傳導到房間內部，可惜木材是易燃物。
- (D) 牆體中使用的空心磚，不僅有類似管道的作用，引導熱空氣上升，還可以儲存熱量，當火焰熄滅後，磚頭仍可釋放熱量。

七、設地球的半徑為 R 以及由地表的脫離速度為 v ，今有一質量為 m 之隕石在距離地心 $3R/2$ 處，以初速 $v/2$ 沿半徑為 $3R/2$ 之切線方向開始繞行地球運動。若不考慮隕石進入地球大氣層所受的阻力，以下有關此隕石的運動軌道的敘述何者正確？

_____ (7)

- (A) 隕石不會與地表碰撞，會完成半徑為 $3R/2$ 之圓的運動軌跡。
- (B) 因為隕石的運動軌跡為半長軸 $6R/5$ 之橢圓，故隕石不會與地表碰撞。
- (C) 隕石會與地表碰撞，但在碰撞前的運動軌道為半長軸為 $6R/5$ 之橢圓的一部分。
- (D) 若不考慮與地表的碰撞，隕石距離地心的最小距離為 $6R/10$ 。

- 八、自行車與騎士的總質量為 M ，車子的兩個輪胎可分別視為轉動慣量 I_w 與半徑 R 的圓盤，按壓煞車時各有兩片煞車墊擠壓每個輪胎緣（見圖 2，施力處與輪胎轉動軸的距離約為 R ）。輪胎與地面間的動靜摩擦係數分別為 μ_{k1} 與 μ_{s1} ，煞車墊與輪胎接觸處的動靜摩擦係數分別為 μ_{k2} 與 μ_{s2} 。現自行車在水平路面以 v_0 的速率直線行進，在 $t = 0$ 時騎士停止施力踩踏腳踏板且開始按壓煞車，持續按壓煞車直到 $t = T$ 時人車達到靜止。若整個煞車過程中騎士未經由腳踏板施加任何力矩於輪胎，輪胎與地面間均維持無相對滑動（純滾動），且假設四片煞車墊施加於輪緣的正向力量值的總和 N 是恆定的（不隨時間而變），則 $N =$ _____（8）。



圖 2

- 九、已知靜止於地面的某生以全力丟一質量為 m 的小球時，小球初速可達 v 。現在該生站在一靜止於水面、質量為 $2M$ 的小船上（假設船與水之間無摩擦），沿同一水平方向連續依序全力丟出 2 個質量為 m 的小球，假設該生的質量為 M ，試問小船最後相對於地面移動的速率為何？_____（9）
- 十、某生在 1 atm、室溫（20°C）下，將少量的水倒入一壓力鍋中，然後將鍋蓋封緊密閉，並將其置於一爐上加熱。在鍋內的水完全汽化為水蒸氣時，該生測得鍋內的溫度 $T = 115^\circ\text{C}$ ，壓力為 3 atm。試估計原先倒入的水與壓力鍋內部的體積比值為何？_____（10）（已知：空氣和水的分子量分別為 28.8 g/mol 和 18.0 g/mol; 1 atm = $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$; 氣體常數 $R = 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ ）。

- 十一、下表列出了目前環繞地球的三顆廢棄衛星軌道半徑與週期的部分數據。

衛星名稱	半徑 $a (\times 10^7 \text{ m})$	週期 $T (\times 10^4 \text{ s})$	附記
INTELSAT III	a_{INT}	$T_{\text{INT}} = 9.60$	1969 英國
OPS 9322	$a_{\text{OPS}} = 4.00$	T_{OPS}	1967 美國
WESTFORD NEEDLES	$a_{\text{WES}} = 1.00$	$T_{\text{WES}} = 1.00$	1963 美國

現在考慮用反衛星飛彈清理廢棄通訊衛星 INTELSAT III（質量 $M_{\text{INT}} = 151 \text{ kg}$ ）與 OPS 9322（質量 $M_{\text{OPS}} = 45 \text{ kg}$ ），並採用飛彈彈頭與衛星作完全非彈性碰撞，讓衛星與飛彈彈頭碰撞後焚毀於墜落途中。操控飛彈彈頭（質量 m ）與衛星正向碰撞，考慮飛彈彈頭碰撞前速度為 4.00 km/s ，地球平均半徑 $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ 。

- (i) 若要使在碰撞後瞬間 OPS 9322 衛星速率為零。試推估飛彈彈頭質量

$m =$ _____（11）kg。（四捨五入到小數點後一位）

- (ii) 若要使 INTELSAT III 衛星在碰撞後在繞地飛行時與地球最近的距離（近地點 Perigee）小於最低穩定衛星軌道高度，約為 160 km（低於此高度時空氣阻力不再能被忽略）。試推估 m/M_{INT} 最小比值約為 _____（12）。（四捨五入到小數點後一位）

十二、考慮一臺電動汽車由靜止啟動運行至停止的直線運動。電動車的質量為 m ，所攜帶可輸出的總電能為一給定常數 E ，可輸出的最大瞬時功率為 P_m 。當其輸出的瞬時功率為 P 時，可提供的推進力為 αP ，其中 α 為常數。此外，只要汽車有速度，無論是否有輸出推進力，都會受到一個固定的阻力 f （來自於系統內部、與地面的摩擦力等等）。車子自靜止啟動，之後在能量 E 耗盡時，終因阻力 f 而停止。

(i) 在輸出的瞬時功率為 P 時，求車子的加速度量值。_____ (13)

(ii) 在所有可能的情況中，車子的最大速率為何？_____ (14)

（答案請以 E 、 m 、 α 、 P_m 、 f 表之。）

十三、如圖 3 所示，有一木棒垂直豎立於地面上，木棒長度為 l ，質量為 m ，木棒與地板靜摩擦係數為 μ_s ，木棒的頂端用一條細繩固定於天花板上，木棒與細繩間夾角為 θ 。現在距地面高度 h 處，在木棒與細繩構成的鉛垂面內，施加一向右水平力 F 。求使木棒始終維持鉛直靜態平衡的最大力 $F_{max} =$ _____ (15)

（重力加速度 g ）

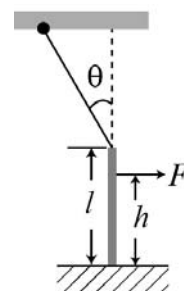


圖 3

十四、假設一截面積為 A 、兩端密封的直立絕熱管；在某一個瞬間整體達成熱平衡，其底部有一個高度為 ℓ 的氣室，內裝有壓力為 P 、莫耳數為 n 的雙原子分子理想氣體。絕熱管內的其餘部分是質量為 m 的不可壓縮液體；如圖 4(a) 所示。因為氣體會上升，而達到圖 4(b) 所示的平衡狀態，則此時氣室的溫度上升多少？_____ (16)；而壓力增加多少？_____ (17)。（已知氣體常數為 R 、重力加速度為 g ；並假設液體每單位質量的比熱為 S ，液體密度遠遠大於氣體的密度，絕熱管完全不吸收任何熱量。）



圖 4(a)

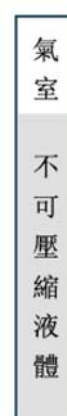


圖 4(b)

十五、如圖 5 所示為密度為 ρ 之流體，流經一半徑為 a 之圓柱體之流場的示意圖，已知在黏滯力可被忽略的情形下，若遠離圓柱體的流速為 $\vec{v}$ ，流經圓柱體上端與下端的流速為 $2\vec{v}$ 。利用此一結果試分析所謂的馬格奴士力 (Magnus force)，即若圓柱體以角速度 $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$ 自轉，則流體經過圓柱體時產生的馬格奴士壓力梯度為 $\frac{P_T - P_B}{2a} \hat{y} = s \vec{\omega} \times \vec{v}$ ，其中 P_T 與 P_B 各為上端與下端相對圓柱體表面的壓力，試問係數 $s =$ _____ (18) 。（設重力加速度為 g ）

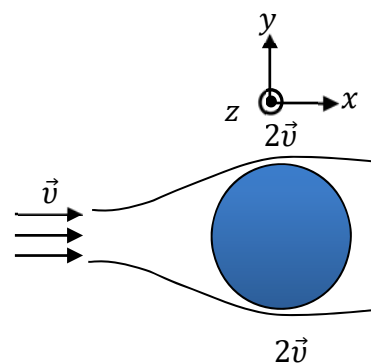


圖 5

十六、如圖 6 所示，一密度大於水之密度的金屬塊以一理想彈簧懸掛在靜止的湖面上，設水與金屬塊的密度各為 ρ_w 與 ρ 、底面積為 A 、高度為 h ，彈簧伸長量為零時，金屬塊的底面恰接觸水面，且將金屬塊緩慢釋放後達平衡時，金屬塊的底面離水面之深度為 $h/2$ ，則彈簧的力常數為 _____ (19) 。

若將金屬塊自平衡點向下拉離一小距離釋放，則金屬塊運動的振盪角頻率為 _____ (20) 。（設重力加速度為 g ）

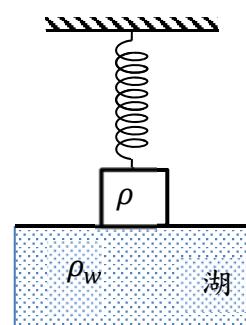


圖 6

十七、一半徑為 R 、質量為 M 的均質滑輪，可繞其圓心轉動，其圓周上有一條長度 $2\pi R$ 、質量也是 M 的均質粗繩，繩子自然垂下靜止，繩兩端均離地面為 $\frac{\pi R}{2}$ ，如圖 7 所示。如果輕碰繩子一端，繩子的一端將開始落下。假設過程中繩子在滑輪上並無滑動、滑輪與轉軸間並無摩擦力、繩子沒有被拉長。已知滑輪繞其圓心的轉動慣量 $I = \frac{1}{2}MR^2$ ，重力加速度為 g 。



圖 7

試問當繩子一端恰觸地時，此時滑輪的角加速度為 _____ (21) 、繩子的速率為 _____ (22) 。

十八、一質量為 M 的重物置於地面靜止不動。一動滑輪 O 、一內裝有電池的電動轉盤於支點 P 固定在重物上方，滑輪一端繩子接上天花板；整體裝置如圖 8 所示。轉盤半徑為 r ，可拉動繩索。電動轉盤質量 m ，滑輪質量可忽略不計。電動轉盤拉動繩子時，整體裝置不旋轉。重力加速度為 g 。

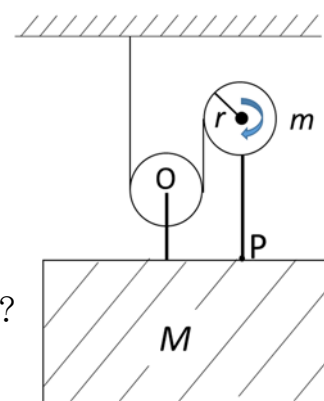


圖 8

(i) 現開啟電動轉盤電源，電動轉盤能拉起包括自己的整個裝置，則電動轉盤至少需輸出相對於轉盤中心多大力矩？
(23)

(ii) 呈上題，此時重物所受重力與電動轉盤在 P 點施予的向下合力量值為何？
(24)

十九、考慮一根質量為 m 而長度為 L 的均勻細長木棒，對於通過其一端點且與木棒垂直的轉動軸之轉動慣量為 $\frac{1}{3}mL^2$ 。若在木棒上與其中一端距離 αL 處挖一小孔 ($\alpha < 0.5$ ，挖掉的質量可忽略)。以穿過該孔為轉動的軸承，木棒本身構成的物理擺 (或稱複擺) 之擺動週期為何？
(25)

(假設擺幅 $\theta \ll 1$ ，請以 α, m, L 與重力加速度 g 來表示)。

二十、一個由質量 m 的 A 、 B 兩質點和質量 M 、半徑 R 的薄實心圓盤組成的系統，在光滑的桌面上以速度 v_0 向右運動。 A 和 B 位在圓盤的圓周上，且其連線和系統的運動方向垂直，如圖 9 所示。在某一瞬間， B 質點以相對桌面 v 的速率自系統向左方彈射，則
(i) 圓盤和 A 質點所組成的新系統，其質心向右運動的速率為
(26)。

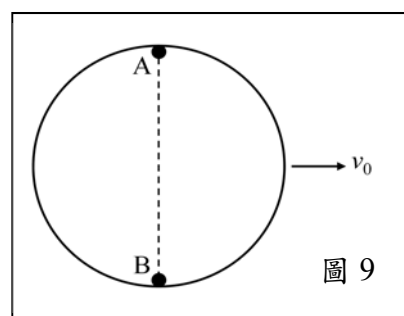


圖 9

(ii) A 和圓盤所組成的新系統繞其質心轉動的角速度為
(27)

(實心圓盤以圓心為轉軸的轉動慣量是 $\frac{1}{2}MR^2$ ，以逆時針方向為正向。)

二十一、一固定體積、封閉的絕熱容器內有一絕熱、無摩擦可自由移動的隔板，左右各裝有 1 莫耳和 2 莫耳的單原子理想氣體，左室起始溫度 T_0 、體積 V_0 ，隔板靜止不動，如圖 10 所示。今將熱容量為 aR 的小球放入上述右室中 (a 為定值， R 為氣體常數)，隔板開始緩慢的向左移動。忽略容器與隔板的吸熱，當右室達熱平衡後，右室的小球溫度變化 ΔT ，左室體積變為 $\frac{V_0}{8}$ 。

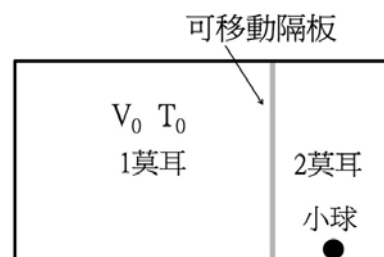


圖 10

試問：右室內氣體的溫度變化為何？_____ (28) _____ (以 a 、 ΔT 、 T_0 表示)

二十二、在 x 軸上分別位於 $x = 0$ 與 $x = L$ 的兩個相同揚聲器 A 與 B，彼此正面相向，並由頻率為 f 的同一個正弦波振盪器，以同相驅動，使聲波沿 $\pm x$ 軸朝對方發出。已知聲波的波速為 c ，聲波的壓力振幅為 p_0 。

(i) 令 $p_1(x, t)$ 與 $p_2(x, t)$ 分別代表 A 與 B 所發出的聲波壓力隨座標 x 與時間 t 變化的函數，若 $p_1(0, 0) = p_2(L, 0) = p_0$ ，則以題目所定義的參數與三角函數表示時，

$p_1(x, t) =$ _____ (29) _____。

(ii) 假設 $L = 1.60 \text{ m}$ ， $f = 700 \text{ Hz}$ ， $c = 336 \text{ m/s}$ ，則在 x 軸上，聲壓振幅為相對最小值的位置與揚聲器 A 最接近的距離為 _____ (30) _____ m。

計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

一、如圖 11 所示，以下列簡單模型來描述盪鞦韆的力學過程。

假設盪鞦韆座位的木板和人都可視為質點，其質量分別為 m_1 、 m_2 ， L_1 是質點 m_1 到支點的擺長，而質點 m_2 相對於 m_1 做簡諧運動，其在鉛直方向的相對位移為： $L_2\{1 + \cos(\omega t)\}$ 。

(A) 求 $\theta(t)$ 的運動方程式。(3 分)

假設 $|\theta(t)| \ll 1$ ，因此 $\sin \theta(t) \approx \theta(t)$ 。定義 $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L_1}}$ ，且 $L_2 \ll L_1$ ，

令 $\theta(t) = \theta^*(t) + \delta(t)$ ，其中 $\theta^*(t)$ 與 L_2 無關，而 $\delta(t) \propto L_2$ ，

(B) 分別求 $\theta^*(t)$ 及 $\delta(t)$ 所滿足的微分方程式。(6 分)

(C) 當 $\frac{\omega}{\omega_0}$ 的比值為何時，鞦韆的振幅會愈來愈大？(6 分)

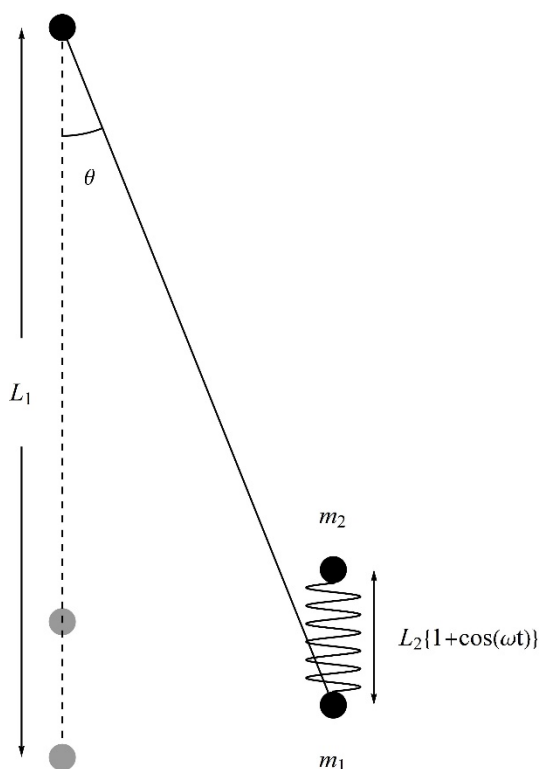


圖 11

二、一空氣容器被無摩擦力的絕熱活塞分隔為左、右兩個氣室，內中分別有莫耳數 n 的理想氣體，莫耳定容比熱為 C_V 。兩氣室的截面積相同，且左氣室的器壁皆為絕熱，而右氣室除右邊器壁為導熱材料所構成外，其他器壁皆為絕熱，如圖 12 所示。起初兩氣室的狀態相同：氣體的壓力為 P_0 ，體積為 V_0 ，溫度為 T_0 。今將右氣室右邊的器壁與溫度恆為 T_{Bath} 的熱庫緊密接觸，待空氣容器達到最後的熱平衡狀態後，發現左氣室的體積降為 $V_0/2$ 。

若右氣室的右器壁的導熱速率足夠緩慢，空氣容器的所有變化過程皆能維持準熱平衡過程，另本題假設導熱材料本身並無吸熱， R 為氣體常數，試回答以下問題。

(A) 熱庫的溫度比 T_{Bath}/T_0 應為何？（2 分）

以 $\gamma = (C_V + R)/C_V$ 表示

以下各小題的答案以 T_{Bath} 簡化表達式。

(B) 試求 T_{Bath} 熱庫在整個熱力學過程中熵的改變 ΔS_{Bath} 。（3 分）

(C) 試求右氣室的氣體在整個熱力學過程中熵的改變 ΔS_R 。（3 分）

(D) 若右氣室的右器壁的熱導率為 κ ，器壁的厚度為 d ，空氣容器以及活塞的截面積皆為 A ，試求右氣室中氣體溫度開始變化的時變率 dT_r/dt 。（7 分）

左、右氣室中的空氣皆為莫耳數 n 的理想氣體，其起初的狀態為壓力 P_0 ，體積 V_0 ，溫度 T_0 。兩氣室的截面為相同。

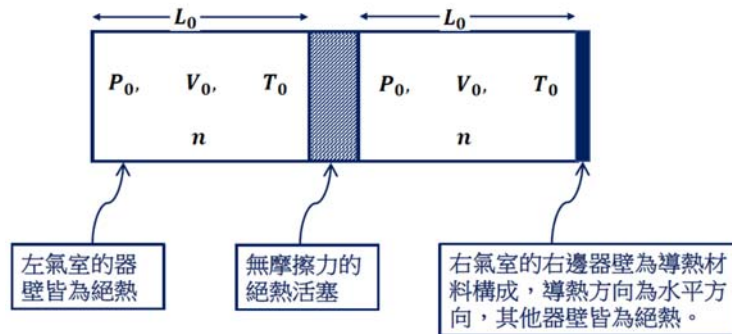


圖 12

2025 年第 25 屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第 55 屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊初選考試參考解答

壹、選擇填充混合題(每格 4 分，共 30 格，合計 120 分)

一、

參考解答：(1)____(C)____

二、

參考解答：(2)____(B)____

三、

參考解答：(3)____591____

四、

參考解答：(4)____(C)____

五、

參考解答：(5)____(C)____

六、

參考解答：(6)____(D)____

七、

參考解答：(7)____(C)____

八、

參考解答：(8) $N = \frac{M+2I_W/R^2}{\mu_{k2}T} v_0$

九、

參考解答：(9) $\frac{3m(2M+m)}{(3M+2m)(3M+m)} v$

十、

參考解答：(10) 0.000945 或 9.45×10^{-4}

十一、

參考解答：(11) 35.3 , (12) 0.27

十二、

參考解答：(13) $\frac{\alpha P - f}{m}$, (14) $\frac{E}{m} \left[\alpha - \frac{f}{P_m} \right]$

十三、

參考解答：(15) $mg l \mu_s / \left(l - h + \frac{\mu_s h}{\tan \theta} \right)$

十四、

參考解答：(16) $\frac{2mg\ell}{2mS+5nR}$, (17) $\frac{2nRmg}{A(2mS+5nR)}$

十五、

參考解答：(18) -2ρ

十六

參考解答：(19) $(2\rho - \rho_w)Ag$, (20) $\sqrt{\frac{2g}{h}}$

十七、

參考解答：(21) $\frac{g}{3R}$, (22) $\sqrt{\frac{\pi Rg}{6}}$

十八、

參考解答：(23) $r(M+m)g$, (24) $2(M+m)g$

十九、

參考解答：(25) $2\pi \sqrt{\frac{2L(1-3\alpha+3\alpha^2)}{3g(1-2\alpha)}}$

二十、

參考解答：(26) $\frac{(M+2m)v_0+mv}{M+m}$, (27) $\left[\frac{2m(M+2m)}{M(M+3m)} \right] \left(\frac{v_0+v}{R} \right)$

二十一、

参考解答：(28) $\frac{1}{3} \left(-a\Delta T - \frac{9}{2}T_0 \right)$

二十二、

参考解答：(29) $p_1(x, t) = p_0 \cos \left\{ 2\pi f \left(t - \frac{x}{c} \right) \right\}$, (30) 0.20

計算題（每題 15 分，共二題，合計 30 分）

第 1 題評分標準：

小題 總分	未全對時，部分給分內容	得分	備註
(A) 3 分	寫出 m_1 受到虛擬力 $\vec{F}_v = -m_2\ddot{y}(t)\hat{y}$ ， 其中 $y(t)\hat{y} = L_2[1 + \cos(\omega t)]\hat{y}$	1	正確定義 $y(t)$ 才 給分
	只因計算錯誤導致答案不完全正確	2	扣 1 分
(B) 6 分	正確寫出代入 $ \theta(t) \ll 1$ 的簡化式子 $(m_1 + m_2)L_1^2\ddot{\theta}(t) + (m_1 + m_2)gL_1\theta(t) - m_2\omega^2L_1L_2\cos(\omega t)\theta(t) = 0$	2	
	寫出正確的 $\ddot{\theta}^*(t) + \omega_0^2\theta^*(t) = 0$	2	
	寫出正確的 $\ddot{\delta}(t) + \omega_0^2\delta(t) - \frac{m_2L_2\omega^2}{(m_1+m_2)L_1}\cos(\omega t)\theta^*(t) = 0$	2	
(C) 6 分	正確寫出 θ^* 的一般解 $\theta^*(t) = A_1\cos(\omega_0 t) + B_1\sin(\omega_0 t)$	2	
	正確寫出 $\delta(t)$ 滿足的式子： $\ddot{\delta}(t) + \omega_0^2\delta(t) - \frac{m_2L_2\omega^2}{2(m_1+m_2)L_1}\{A_1\cos[(\omega - \omega_0)t] + A_1\cos[(\omega + \omega_0)t] - B_1\sin[(\omega - \omega_0)t] + B_1\sin[(\omega + \omega_0)t]\} = 0$	2	
	寫出正確 $\frac{\omega}{\omega_0} = 2$ 或 $\omega = 2\omega_0$ 或 $\omega - \omega_0 = \omega_0$	2	只寫出答案，沒 有過程，不給分

第 2 題評分標準：

小題 總分	未全對時，部分給分內容	得分	備註
(A) 2 分	寫出 $P_0 V_0^\gamma = P_L V_L^\gamma = P_L (V_0/2)^\gamma$ 或 $P_R (3V_0/2) = nRT_R$	1	
(B) 3 分	正確寫出 $\Delta Q_{\text{Bath}} = -(\Delta U_R + \Delta U_L)$	1	扣 1 分
	寫出 $T_L = 2^{\gamma-1} T_0$	1	
	只因計算錯誤而未能寫出正確答案	2	
(C) 3 分	正確寫出 $dS_r = nC_V dT_r/T_r + nR dV_r/V_r$	1	
	只因計算錯誤而未能寫出正確答案	2	扣 1 分
(D) 7 分	正確寫出 $\frac{\kappa A}{d} (T_{\text{Bath}} - T_r) = dU_r/dt + P_r dV_r/dt$	1	
	寫出 $dT_r/dt = \frac{\kappa A}{d} \frac{(T_{\text{Bath}} - T_r)}{nC_V + P_r dV_r/dT_r}$ 或 $dT_r/dt _{t=0} = \frac{\kappa A}{d} \frac{(T_{\text{Bath}} - T_0)}{nC_V + P_0 dV_r/dT_r _{t=0}}$	2	- 取 $t = 0$ 或未取 $t = 0$ 都給 2 分 - 只因計算錯給 1 分
	寫出 $dV_r/dT_r = \frac{V_0 [2 - (V_r/V_0)]^{\gamma+1}}{T_0 2 + (\gamma-1)V_r/V_0}$ 或 $dV_r/dT_r _{t=0} = \frac{V_0}{(1+\gamma)T_0}$	2	- 取 $t = 0$ 或未取 $t = 0$ 都給 2 分 - 只因計算錯給 1 分
	最後答案正確，卻未用 T_{Bath} 表示 → 扣 1 分		