

2026年第26屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第56屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊複選考試

理論試題

2026年1月31日

13:30~16:30

考試時間：三小時

〈〈注意事項〉〉

- 一、限使用黑色或藍色原子筆作答。
- 二、本試題共有計算題六大題，每題25分，合計150分。
- 三、各計算題請在答案卷上指定頁面的正面作答，每大題答案卷二頁。
- 四、可使用掌上型計算器（含科學工程式計算機）。

可能用到的數學公式(t 為時間, x 為任意物理量)

$$1. f'(x) \equiv \frac{df}{dx}, \quad f''(x) \equiv \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df}{dx} \right);$$

$$\dot{x}(t) \equiv \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x}(t) \equiv \frac{d^2x}{dt^2}.$$

$$2. \frac{d}{dx}(ax+b)^m = ma \cdot (ax+b)^{m-1}; \quad \frac{d}{dx} \ln(ax+b) = a \cdot (ax+b)^{-1};$$

$$\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax}; \quad \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax); \quad \frac{d \cos(ax)}{dx} = -a \sin(ax)$$

$$3. \int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{(m+1)a} + C, \quad m \neq -1; \quad \int (ax+b)^{-1} dx = \frac{1}{a} \ln(|ax+b|) + C;$$

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C; \quad \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C,$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C; \quad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C. \quad (\text{在此, } C \text{ 為一個常數})$$

$$4. \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$5. (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \dots$$

6. 泰勒展開:

$$e^x \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \dots, \quad \sin x \approx x - \frac{1}{6}x^3 + \dots, \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \dots.$$

$$7. I_n \equiv \int_0^\infty x^n e^{-x^2} dx, \quad I_0 = \sqrt{\pi}/2, \quad I_1 = 1/2, \quad I_2 = \sqrt{\pi}/4$$

8. 平行軸定理:

設直線 L_{CM} 通過一剛體的質心, 若有一旋轉軸 L 平行於 L_{CM} , 則剛體繞此旋轉軸 L 轉動之轉動慣量 I 可寫為:

$$I = I_{CM} + Md^2$$

其中 I_{CM} 為剛體繞質心旋轉軸 L_{CM} 轉動的轉動慣量, M 是剛體的質量, d 為 L 與 L_{CM} 之間的距離。

2026年第26屆亞洲物理及第56屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

一、圓周運動物體釋放後的最大水平位移

一輕質細繩的一端繫有一質量為 m 的小球，細繩可以承受的最大張力為 T (為一定值)。

如圖 1 所示，某生手執細繩的另一端並將之提至其頭頂距離地面高度為 h 處，施力使小球繞其身體在一水平面上做圓周運動，亦即小球與細繩連線在轉動時形成一圓錐體表面。設重力加速度為 g ，小球半徑可以不計，且忽略空氣阻力與地球自轉的影響。

(A) 若該生過度施力，造成小球速度過快，致使細繩斷裂，則當細繩長度 L 為多長時，可使水平飛出的小球在落地之前有最大的水平位移？該最大水平位移 S_{max} 的量值為何？(以 m 、 T 、 h 、 g 表示)。

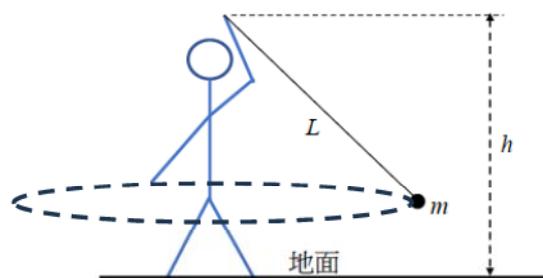


圖 1

如圖 2 所示，若該生改變施力方式，讓小球在鉛直面上做圓周運動，回答下列問題：

(B) 則為使小球在運動至軌跡最高點時，細繩仍可維持張緊狀態，小球在最高點的最小速率應為多少？(以 g 、 L 表示)。

(C) 為使細繩在小球運動至軌跡最低點時仍不致斷裂，則細繩可承受的張力至少應為何？(以 mg 表示)

(D) 若該生持續施力增加小球速度，直至細繩恰在小球軌跡最低點斷裂。試求細繩斷裂後，可以使小球有最大水平位移之繩長 L 的條件，以及該最大水平位移分別為何？(以 h 表示)

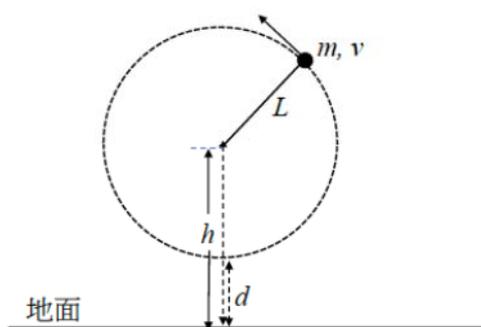


圖 2

二、剛體運動

考慮撞球在球檯上的運動。所有撞球（母球與子球—即目標球）除表面塗色外的物理特性完全相同，質量為 m 、半徑為 R 、相對於球心的質量分布各向同性且轉動慣量為 $\alpha m R^2$ ，球與球檯桌布間的動摩擦係數和靜摩擦係數分別為 μ_k 與 μ_s ，採用的參考系以母球初始態的球心位置為原點，座標軸取向如圖 3 所示， $+x$ 方向垂直出紙面。

(A) 將球桿自座標 $(x = \sigma R, y < -R, z = \gamma R)$ 沿 $+y$ 方向平推撞擊靜置的母球，提供 $\vec{J} = m\beta\hat{y}$ 的衝量 ($\beta > 0, \sigma^2 + \gamma^2 < 1$)。擊球後瞬間，球的質心速度 \vec{v} 與球相對於球心的角速度 $\vec{\omega}$ 分別為何？

此時球與檯面接觸點相對於球檯的滑動速度 \vec{u} 為何？

欲使得母球一開始就純滾動而無滑動，對 γ 的限制為何 [找出造成純滾動的函數 $\gamma(\alpha, \beta, \sigma)$]？

(B) 以 $\vec{v}(t)$ 與 $\vec{\omega}(t)$ 分別描述擊球後若未再發生碰撞的情形下母球的質心速度與相對於球心的角速度，且初始條件設定為在 $t = 0$ 時 $\vec{v}(t = 0) \equiv \vec{v}_0 = v_0\hat{y}$ 與 $\vec{\omega}(t = 0) \equiv \vec{\omega}_0 = \omega_{0x}\hat{x} + \omega_{0y}\hat{y}$ 。若一開始球與檯面接觸點有滑動 ($\vec{u}_0 \neq \vec{0}$)，則

在球檯上此球接續的運動方程式 $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 與 $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ 分別為何？

(請用向量 $\vec{v}(t)$ 、 $\vec{\omega}(t)$ 與向量乘積、量值來表達結果。向量 \vec{A} 的量值 $|\vec{A}|$ 可用 A 來表示；提出的答案裡勿含有外積的連乘，請利用乘積公式

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C} \text{ 來簡化。)$$

又，從何時刻 $t = T$ 開始，球的運動可以進入恆定態 (即 $\left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_{t=T} = \vec{0}$ 與

$\left. \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right|_{t=T} = \vec{0}$, $T = ?$)？在此恆定態球心速度 $\vec{v}(t = T)$ 為何？

(C) 將目標球的球心擺在座標 $(l + 2R)\hat{y}$ 處 ($l > 0$ 為兩球間距，欲造成兩球沿 y 軸的一維正面碰撞)。以球桿平推自座標 $(x = 0, y < -R, z \equiv \gamma R)$ 處沿 $+y$ 方向擊中母球而提供衝量 $\vec{J} = m\beta\hat{y}$ ($\beta > 0, -1 < \gamma < 1$)，企圖達到母球撞擊靜置的目標球後立即靜止在撞擊處的效果 (稱為**定桿**)。試判斷碰撞前一瞬間，對母球的角速度 $[\vec{\omega}(t) \equiv \omega_1\hat{x}]$ 的值 ω_1 有何要求？

β 應在何範圍內才有可能得到定桿的結果 (以 l 與球及球檯的物性參數表示)？

對符合條件的 β, γ 應如何選擇 (以 β, l 與球及球檯的物性參數表示)？

假設撞球與撞球間的碰撞為完全彈性，而撞球表面光滑，兩球面間的摩擦力可忽略。

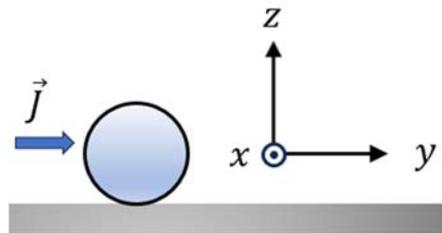


圖 3

三、零電阻方形金屬環在磁場中的運動

一質量為 m ，邊長為 a 的方形細金屬環，被靜止置於光滑平面上。假設在該水平面所在的區域的空間中，存在有一方向垂直出紙面，量值可表為

$$B_{ext} = B_0(1 + kx)$$

的不均勻磁場，其中 B_0 、 k 為常數，如圖 4 所示。已知該方形細金屬環的電感 $L \approx 4a\mu_0$ ； μ_0 為真空磁導率，且其電阻可以忽略。若該金屬環在時間 $t = 0$ 時，金屬環中心位於 $x = 0$ ，被施予一脈衝力而瞬間獲得沿 $+x$ 方向運動的初速度 v_0 ，試回答下列問題。

(A) 通過該方形細金屬環所圍面積磁通量的時變率 $\frac{d\Phi_{ext}}{dt} = ?$

(答案以題給 a 、 k 、 B_0 以及金屬環瞬時運動速率 v 等參數表示。)

(B) 流經運動中方形細金屬環內部電流隨位置 x 變化的關係式為何？(答案以題給 μ_0 、 a 、 k 、 B_0 等參數表示。)

(C) 該方形細金屬環第一次停止運動的時間和位置為何？(答案以題給 μ_0 、 m 、 a 、 k 、 B_0 、 v_0 等參數表示。)



圖 4

四、磁壓

如圖 5 的示意圖所示，一個由 N 匝細導線緊密纏繞而成的均勻螺線管，其半徑為 R 、長度為 ℓ ($\ell \gg R$)。由於細導線彼此緊靠，可將其近似為厚度可忽略的載流空心圓筒壁，而電流環繞中心管軸 (x 軸) 以逆時鐘方向在該圓筒壁沿圓形路徑流動。已知真空磁導率為 μ_0 。

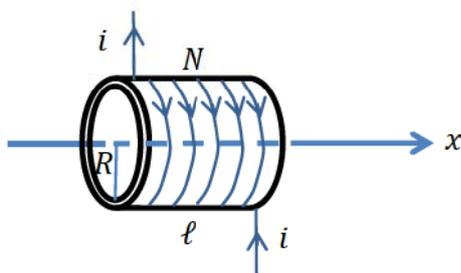


圖 5

- (A) 假設螺線管的導線通有穩定電流 i 。利用安培環路定理與載流導線所受磁力的公式，求出管的中點處緊鄰筒壁內、外側的磁場，分別以 B_i 、 B_o 表示，並求出該處筒壁因磁力作用而受到的徑向應力 P (即磁壓)。

答案均以 N 、 R 、 ℓ 、 i 及常數表示。

注意：沿徑向指向管外的磁力與磁壓為正值。

註：應力的定義是任意一表面每單位面積受到的作用力。

- (B) 求出載流螺線管的自感 L ，答案以 N 、 R 、 ℓ 及常數表示。

- (C) 求出當螺線管導線通有電流 i 時，其磁場所具有的磁能 U 為何？

答案先以 i 、 L 及常數表示，再以 Φ 、 L 及常數表示，其中 Φ 為載流螺線管電路的總磁通連結 (磁通量)。

- (D) 利用功-能定理 (或虛功原理) 和法拉第感應定律，分別在電流 i 為固定與磁通連結 Φ 為固定的兩種情況下，求出磁壓 P 。

五、Gibbs paradox

波茲曼在 19 世紀末提出下列猜想： $S = k \ln \Omega$ ，這裡 S 是熵， k 是波茲曼常數， Ω 則為系統狀態數。考慮 N 個單原子分子組成的理想氣體，其內能

$$U = \sum_{j=1}^N \frac{|\vec{p}_j|^2}{2m} \quad , \quad \text{這裡 } m \text{ 是氣體分子的質量，} \vec{p}_j \text{ 是第 } j \text{ 個氣體分子的動量。}$$

若不考慮全同粒子效應則 $\Omega = \Omega_1 = \prod_{j=1}^N \int \frac{d^3x_j d^3p_j}{h^3} = \left(\frac{V}{h^3}\right)^N A_{3N-1}(\sqrt{2mU})$ ，這裡 $d^3x_j d^3p_j$ 是第 j 個氣體分子的相空間體積， V 為系統體積， h 是普朗克常數， $A_{n-1}(R)$ 代表半徑為 R 、 $n-1$ 維球 $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = R^2$ 的表面積，例如當 $n=2$ 時， $A_1(R) = 2\pi R$ ；當 $n=3$ 時， $A_2(R) = 4\pi R^2$ ；可得 $A_{n-1}(R) = \frac{2(\pi^{n/2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} R^{n-1}$ ，其中 Gamma 函數

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx \quad .$$

若考慮全同粒子效應則 $\Omega = \Omega_2 = \frac{1}{N!} \prod_{j=1}^N \int \frac{d^3x_j d^3p_j}{h^3} = \frac{1}{N!} \Omega_1$ 。在本題中，我們要利用理想氣體系統驗證波茲曼猜想的正確性，且考慮全同粒子效應可以解決 Gibbs paradox。

(A) 考慮 $N \gg 1$ 的極限，利用史特靈近似：當 z 為正整數，且 $z \gg 1$ ， $\Gamma(z+1) = z! \approx e^{-z} z^z$ ，證明用 Ω_1 及 Ω_2 所求得的熵分別為

$$S_1 = k \ln \Omega_1 \approx Nk \left\{ \ln \left[V \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] + \frac{3}{2} \right\} \quad \text{及}$$

$$S_2 = k \ln \Omega_2 \approx Nk \left\{ \ln \left[\frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] + \frac{5}{2} \right\} \quad .$$

若已知內能 U 滿足等式 $dU = TdS - PdV + \mu dN$ ，這裡 T, P, μ 為系統的溫度、壓力及化學勢（當系統的熵及體積為不變時，在系統中增加一個粒子所需耗費的能量）。這個等式意味著我們應該將 U, T, P, μ 等物理量視為 S, V, N 的函數，即：

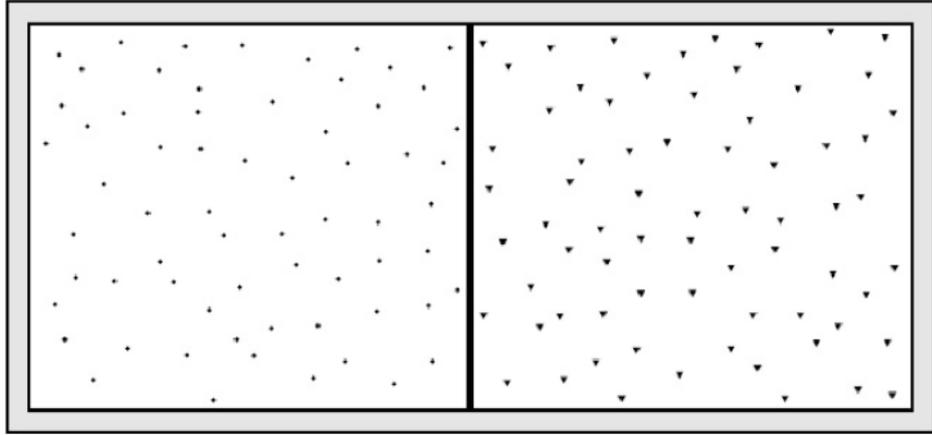
$$U = U(S, V, N), \quad T = T(S, V, N), \quad P = P(S, V, N), \quad \mu = \mu(S, V, N) \quad .$$

(B) 利用 (A) 小題的結果，由 S_1 或 S_2 求出單原子分子理想氣體的內能 U ，並證明理想氣體方程式 $PV = NkT$ 。

(C) 利用 (A)(B) 小題的結果，由 S_1 或 S_2 求理想氣體對應的化學勢 μ_1, μ_2 ，以 T, V, N 及其他常數表示之。

(D) 如圖 6 所示，開啟容器中的隔板，使得原本體積皆為 V 、分子數皆為 N 的 A, B 兩氣體均勻混合。若兩氣體分子的質量分別為 m_A, m_B ，分別用 S_1 及 S_2 的公式求熵在此過程的變化，即混合前後的變化 ΔS_1 與 ΔS_2 。

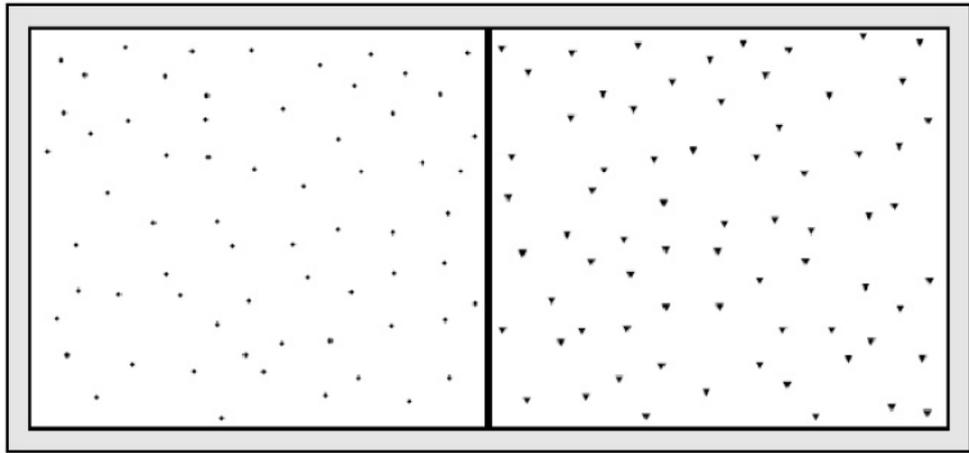
(E) 如圖 7 所示，開啟容器中的隔板，使得體積皆為 V 、分子數皆為 N 的同一種氣體均勻混合。若氣體的分子質量為 m ，分別用 S_1 及 S_2 的公式求熵在此過程的變化 ΔS_1 與 ΔS_2 。



(V, N, m_A)

(V, N, m_B)

圖 6



(V, N, m)

(V, N, m)

圖 7

六、非對稱雙狹縫之干涉繞射條紋

已知位於原點之光波點波源所輻射出波長為 λ 、頻率為 ν 之電磁波的電場，在 t 時刻、距離原點 r 之位置可表示為 $\frac{A}{r}\cos(kr - \omega t)$ ，其中 $k = 2\pi/\lambda$ 為波數， $\omega = 2\pi\nu$ 為角頻率， A/r 為振幅。假設本題所考慮的電場皆以複數表示與計算，即在 t 時刻、距離原點 r 之位置的電場以 $\frac{A}{r}e^{i(kr - \omega t)}$ 表示，且電場的方向皆固定在出紙面方向，而狹縫在出紙面方向為無限長，試回答以下問題。註： $\int e^{iax} dx = \frac{e^{iax}}{ia}$ 。

(A)如圖 8 所示意，一波長為 λ 、頻率為 ν 之電磁波垂直入射一寬度為 a 之單狹縫。狹縫與螢幕相距 L ，假設 $L \gg a$ 且 $a \sim \lambda$ ，使得抵達位於原點之狹縫的任一小段波前 ds 在 t 時刻、距離原點 r 之位置上所產生之電場振幅為 $\frac{A}{r} \cong \frac{E_L ds}{L}$ ，其中 E_L 為在距離為單位長度時每單位長度的振幅。

- (i) 試利用惠更斯原理計算圖 8 中， p 點光波的輻照度 I (irradiance)，即電場能量密度與波速的乘積。圖中水平虛線通過狹縫中點。(以真空光速 c 、真空電容率 ϵ_0 、 L 、 a 、 E_L 以及參數 $\beta = \frac{1}{2}ka \sin \theta$ 表示)。
- (ii) 試求輻照度達最小值與最大值時， β 的值或 β 所滿足的方程式。

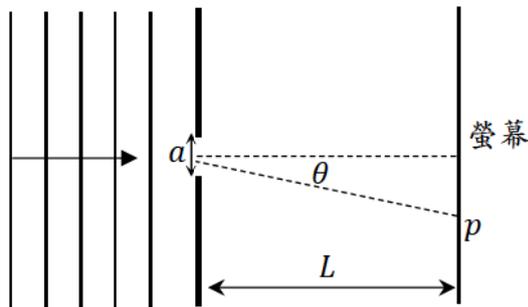


圖 8

(B)如圖 9 所示意，現在考慮一波長為 λ 、頻率為 ν 之電磁波垂直入射由寬度各為 a 與 b 之單狹縫所組成之雙狹縫。將原點設為兩狹縫間的狹縫板之中點，假設兩單狹縫中心的距離為 d ，且 $L \gg a, b, d$ ， $a \sim \lambda$ ， $b \sim \lambda$ ，使得抵達狹縫的任一小段波前 ds 在 t 時刻、距離原點 r 之位置上所產生之電場振幅為 $\frac{A}{r} \cong \frac{E_L ds}{L}$ 。

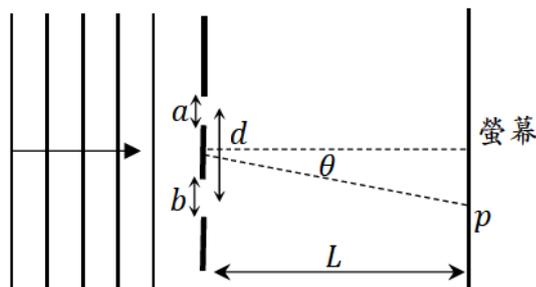


圖 9

- (i) 試利用惠更斯原理計算圖 9 中 p 點光波的輻照度 I ，即電場能量密度與波速的乘積(以真空光速 c 、真空電容率 ϵ_0 、 L 、 a 、 b 、 E_L 、 $\alpha = \frac{1}{2}kd \sin \theta$ 、 $\beta_a = \frac{1}{2}ka \sin \theta$ 以及 $\beta_b = \frac{1}{2}kb \sin \theta$ 表示)。
- (ii) 螢幕上輻照度變化來自兩狹縫之間的干涉以及各狹縫的繞射，試求當干涉達最大與最小時之輻照度 I (以真空光速 c 、真空電容率 ϵ_0 、 L 、 a 、 b 、 E_L 、 $\beta_a = \frac{1}{2}ka \sin \theta$ 以及 $\beta_b = \frac{1}{2}kb \sin \theta$ 表示)；並由此求出在 $\theta \cong 0$ 附近，即中央亮紋附近，干涉所造成輻照度 I 振盪的範圍。

2026 年複選考試

第 1 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 10 分	得出 $t = \sqrt{\frac{2}{g} \left(h - \frac{mgL}{T} \right)}$	2	部分給分
	得出 $s = \sqrt{2L \left[1 - \left(\frac{mg}{T} \right)^2 \right] \left(\frac{hT}{mg} - L \right)}$	2	部分給分
	寫出 $L = \frac{hT}{2mg}$ 時，有最大的水平位移	3	
	得出最大的水平位移 $s_{max} = \frac{h}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{T^2}{m^2 g^2} - 1}$	3	
(B) 3 分	寫出最小速率應為 $v \geq \sqrt{gL}$ 或 至少 \sqrt{gL}	3	無“=”扣 1 分
(C) 4 分	$F_T \geq 3mg - 3mg \cos \theta = 3mg(1 - \cos \theta)$	2	部分給分
	得出 $T \geq 6mg$	2	無“=”扣 1 分
(D) 8 分	得出 $s = \sqrt{\frac{2(T-mg)}{mg}} \sqrt{L(h-L)}$	2	部分給分
	寫出 $L = \frac{h}{2}$ 時，有最大的水平位移	3	
	得出最大的水平位移 $s_{max} = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{2(T-mg)}{mg}}$	3	得出 $\frac{\sqrt{10}}{2} h$ ：得 2 分。

2026 年複選考試

第 2 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 9 分	寫出 $\vec{v} = \beta \hat{y}$	2	
	正確寫出 $\vec{\omega} = \frac{\beta}{\alpha R} (-\gamma \hat{x} + \sigma \hat{z})$	3	
	寫出 $\vec{u} = \beta \left(1 - \frac{\gamma}{\alpha}\right) \hat{y}$	2	
	得出 $\gamma = \alpha$	2	
(B) 8 分	正確寫出 $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\mu_k g \frac{\vec{v}(t) + R\hat{z} \times \vec{\omega}(t)}{ \vec{v}(t) + R\hat{z} \times \vec{\omega}(t) }$	2	$-\mu_k g \hat{u}$: 得 1 分
	正確寫出 $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{\mu_k g}{\alpha R} \frac{\hat{z} \times \vec{v}(t) - R\vec{\omega}(t)}{ \vec{v}(t) + R\hat{z} \times \vec{\omega}(t) }$	2	
	得出 $T = \frac{\alpha}{\alpha+1} \frac{u_0}{\mu_k g}$	2	
	得出 $\vec{v}(T) = \vec{v}_0 - \frac{\alpha}{\alpha+1} \vec{u}_0$	2	
(C) 8 分	寫出 $\omega_1 = 0$	2	
	得出 $\beta \geq \sqrt{2\mu_k g l}$	3	
	得到 $\gamma = -1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu_k g l}{\beta^2}}$	3	

2026 年複選考試

第 3 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 6 分	寫出磁通量 $\Phi_{ext} = B_0 a^2 + B_0 k a^2 x$	3	部分給分
	正確寫出 $\frac{d\Phi_{ext}}{dt} = B_0 k a^2 v$	3	
(B) 6 分	寫出電感中感應產生一反向（逆時針方向）的電動勢： $\mathcal{E}_{back} = -L \frac{dI}{dt} \equiv -\frac{d\Phi_{back}}{dt}$	2	部分給分
	寫出 $a^2 \frac{dB_{ext}}{dt} - L \frac{dI}{dt} = IR = 0$	2	部分給分
	得出 $I = \frac{a^2 B_0 k}{L} x = \frac{a B_0 k}{4\mu_0} x$	2	
(C) 13 分	寫出環右邊導線段受力向左 $F_R = -IaB(x + \frac{a}{2})$	2	部分給分
	寫出環左邊導線段受力向右 $F_L = IaB(x - \frac{a}{2})$	2	部分給分
	總合力： $F = -\frac{k^2 a^4 B_0^2}{L} x = -\frac{k^2 a^3 B_0^2}{4\mu_0} x$	2	部分給分
	時間： $t = \pi \sqrt{\frac{m\mu_0}{k^2 a^3 B_0^2}}$	3	
	得到停止運動的位置為： $x_{max} = \sqrt{\frac{4m\mu_0}{k^2 a^3 B_0^2}} \cdot v_0$	4	

2026 年複選考試

第 4 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 9 分	寫出 $B_o = 0$	2	
	正確寫出 $B_i = \mu_0 \left(\frac{Ni}{\ell}\right)$	2	
	正確寫出受到的磁場 $B = (B_i + B_o)/2 = B_i/2$	2	部分給分
	寫出磁壓 $P = \left(\frac{Ni}{\ell}\right) \frac{B_i}{2} = \frac{1}{2\mu_0} B_i^2 = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{Ni}{\ell}\right)^2$	3	用 B_i 表示，僅得 1 分。
(B) 4 分	寫出 $L = \mu_0 \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \pi R^2 \ell$	4	
(C) 6 分	寫出 $U = \frac{1}{2} Li^2$	3	
	寫出 $U = \frac{\Phi^2}{2L}$	3	
(D) 6 分	寫出電流固定不變： $dW = -dU = -PdV$	1	部分給分
	寫出 $P = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_I = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{Ni}{\ell}\right)^2$	2	
	寫出磁通連結 Φ 固定不變， $-PdV = dU$	1	部分給分
	寫出 $P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\Phi = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{Ni}{\ell}\right)^2$	2	

第 5 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 3 分	寫出 $\Gamma\left(\frac{3N}{2}\right) \approx e^{-\frac{3N}{2}} \left(\frac{3N}{2}\right)^{\frac{3N}{2}}$	1	部分給分
	得到 $S_1 \approx Nk \left\{ \ln \left[V \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] + \frac{3}{2} \right\}$	1	沒過程不給分
	得到 $S_2 \approx Nk \left\{ \ln \left[\frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] + \frac{5}{2} \right\}$	1	沒過程不給分
(B) 8 分	對 S 作偏微分寫出 $1 = Nk \left\{ \frac{3}{2} \frac{1}{U} \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V,N} \right\} = Nk \left\{ \frac{3}{2} \frac{1}{U} T \right\}$	2	部分給分
	得到 $U = \frac{3}{2} NkT$	2	沒過程不給分
	V 作偏微分則得： $0 = Nk \left\{ \frac{1}{V} + \frac{3}{2} \frac{1}{U} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S,N} \right\} = Nk \left\{ \frac{1}{V} + \frac{3}{2} \frac{1}{U} (-P) \right\}$	2	部分給分
	得到 $PV = NkT$	2	沒過程不給分
(C) 6 分	對 N 作偏微分可得： $k \left\{ \ln \left[V \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] \right\} + Nk \left\{ \frac{3}{2} \frac{\mu_1}{U} \right\} = 0$	2	部分給分
	得出 $\mu_1 = -kT \left\{ \ln \left[V \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] \right\}$	2	
	得出 $\mu_2 = -kT \left\{ \ln \left[\frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{3/2} \right] \right\}$	2	
(D) 4 分	得出 $\Delta S_1 = 2Nk \ln[2]$	2	沒過程不給分
	得出 $\Delta S_2 = 2Nk \ln[2]$	2	沒過程不給分
(E) 4 分	得出 $\Delta S_1 = 2Nk \ln[2]$	2	沒過程不給分
	得出 $\Delta S_2 = 0$	2	沒過程不給分

2026 年複選考試

第 6 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A)(i) 6 分	寫出 $E_p = \frac{E_L}{L} \int_{-a/2}^{a/2} e^{i[kr(s)-\omega t]} ds$	2	部分給分
	寫出 $E_p = \frac{E_L}{L} e^{i(kr_0-\omega t)} \int_{-a/2}^{a/2} e^{iks \sin \theta} ds$	2	部分給分
	得到 $I = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\frac{aE_L}{L}\right)^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$	2	
(A)(ii) 4 分	寫出最小值發生在 $\beta = m\pi$, $m = \pm 1, \pm 2, \dots$	2	
	最大值發生在 $\tan \beta = \beta$	2	
(B)(i) 8 分	寫出： $E_p = \frac{E_L}{L} e^{i(kr_0-\omega t)} \left[\int_{\frac{d}{2} - \frac{3a-b}{4}}^{\frac{d}{2} + \frac{3a-b}{4}} e^{iks \sin \theta} ds + \int_{-\frac{d}{2} - \frac{a+b}{4}}^{-\frac{d}{2} + \frac{a+b}{4}} e^{iks \sin \theta} ds \right]$	3	部分給分
	得出 $E_p = \frac{E_L}{L} e^{i(kr_0-\omega t)} e^{ik\left(\frac{a-b}{4}\right)\sin \theta} \left[\cos \alpha \left(a \frac{\sin \beta_a}{\beta_a} + b \frac{\sin \beta_b}{\beta_b} \right) + i \sin \alpha \left(a \frac{\sin \beta_a}{\beta_a} - b \frac{\sin \beta_b}{\beta_b} \right) \right]$	3	部分給分
	得出 $I = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\frac{E_L}{L}\right)^2 \left[\left(a \frac{\sin \beta_a}{\beta_a} \right)^2 + \left(b \frac{\sin \beta_b}{\beta_b} \right)^2 + 2ab \cos 2\alpha \frac{\sin \beta_a \sin \beta_b}{\beta_a \beta_b} \right]$	2	
(B)(ii) 7 分	當干涉達最大時， $I = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\frac{E_L}{L}\right)^2 \left(a \frac{\sin \beta_a}{\beta_a} + b \frac{\sin \beta_b}{\beta_b} \right)^2$	2	
	當干涉達最小時， $I = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\frac{E_L}{L}\right)^2 \left(a \frac{\sin \beta_a}{\beta_a} - b \frac{\sin \beta_b}{\beta_b} \right)^2$	2	
	$\theta \cong 0$ 附近： $\frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\frac{E_L}{L}\right)^2 (a-b)^2 \leq I \leq \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\frac{E_L}{L}\right)^2 (a+b)^2$	3	