

理論考試時間為 240 分鐘，滿分 30 分。理論考試共有兩題。

## 考試前

- 不要打開裝有任務的信封。
- 考試開始和結束時將發出聲音信號。聲音訊號每小時響一次，考試結束前 15 分鐘、5 分鐘以及考試結束時也會響起。

## 考試期間

- 你收到的信封內包含任務（標有 Q 的紙張）、專用答案紙（標有 A 的紙張）和工作紙（標有 W 的紙張）。請按照指示，僅在紙張的一面作答。如果你寫了一些你認為不需要被評分的内容，請用「X」劃掉。
- 答案盡量少用文字。請使用方程式、邏輯運算子、圖表和圖形來解釋你的解題想法。
- 請注意，大多數任務的解答與先前的解答無關。這些任務無需按順序完成。
- 你的位子內有各種指示牌；如有任何問題，請舉起它們：
  - WC，當你需要使用洗手間時；
  - WATER，當你需要一瓶飲用水時；
  - EXTRA SHEETS，當你需要額外的答案紙時（新列印的答案紙標有 Z），你一次最多可以申請 5 張，但申請次數 沒有限制；
  - HELP，其他所有需要幫助的情況。

## 考試結束時

- 考試結束時會發出聲音訊號。
- 聽到訊號後，必須立即停止作答。將書寫工具放在一邊，當工作人員走過來時交給他。如果信號發出後你仍在書寫，將被取消比賽資格。
- 每題的答案都分別放入一個閱卷信封中。請依正確順序收集第一題的答案紙 (answer sheets) (A)，然後放入同一題的工作紙 (working sheets)(W)，如有必要，也可以放入該題的額外的答案紙 (additional sheets)(Z)。將這些紙張放入第一題的閱卷信封中。第二題再重複這個步驟。
- 將剩餘的紙張，包括任務和說明，收集起來，放回你收到任務的原信封裡。
- 將所有信封放入一個大的牛皮紙信封中。
- 請在你的隔間內等候，直到牛皮紙信封被收走。
- 請在你的隔間內等候，直到你的輔導員來接你。他會護送你離開比賽區域。你不得將任何物品帶出座位或比賽區域。

## 元素週期表

1 H 1.00794																	2 He 4.002602																												
3 Li 6.941	4 Be 9.012182											5 B 10.811	6 C 12.0107	7 N 14.00674	8 O 15.9994	9 F 18.9984032	10 Ne 20.1797																												
11 Na 22.989770	12 Mg 24.3050											13 Al 26.981538	14 Si 28.0855	15 P 30.973761	16 S 32.066	17 Cl 35.4527	18 Ar 39.948																												
19 K 39.0983	20 Ca 40.078	21 Sc 44.955910	22 Ti 47.867	23 V 50.9415	24 Cr 51.9961	25 Mn 54.938049	26 Fe 55.845	27 Co 58.933200	28 Ni 58.6934	29 Cu 63.546	30 Zn 65.39	31 Ga 69.723	32 Ge 72.61	33 As 74.92160	34 Se 78.96	35 Br 79.504	36 Kr 83.80																												
37 Rb 85.4678	38 Sr 87.62	39 Y 88.90585	40 Zr 91.224	41 Nb 92.90638	42 Mo 95.94	43 Tc (98)	44 Ru 101.07	45 Rh 102.90550	46 Pd 106.42	47 Ag 196.56655	48 Cd 112.411	49 In 114.818	50 Sn 118.710	51 Sb 121.760	52 Te 127.60	53 I 126.90447	54 Xe 131.29																												
55 Cs 132.90545	56 Ba 137.327	71 Lu 174.967	72 Hf 178.49	73 Ta 180.9479	74 W 183.84	75 Re 186.207	76 Os 190.23	77 Ir 192.22	78 Pt 195.078	79 Au 196.56655	80 Hg 200.59	81 Tl 204.3833	82 Pb 207.2	83 Bi 208.58038	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)																												
87 Fr (223)	88 Ra (226)	103 Lr (262)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (263)	107 Bh (262)	108 Hs (265)	109 Mt (266)	110 Ds (269)	111 Rg (272)	112 Cn (277)	113 Nh (277)	114 Fl (277)	115 Uup (277)	116 Uuh (277)		118 Uuo (277)																												
<table border="1"> <tr> <td>57 La 138.9055</td> <td>58 Ce 140.116</td> <td>59 Pr 140.50765</td> <td>60 Nd 144.24</td> <td>61 Pm (145)</td> <td>62 Sm 150.36</td> <td>63 Eu 151.964</td> <td>64 Gd 157.25</td> <td>65 Tb 158.92534</td> <td>66 Dy 162.50</td> <td>67 Ho 164.93032</td> <td>68 Er 167.26</td> <td>69 Tm 168.93421</td> <td>70 Yb 173.04</td> </tr> <tr> <td>89 Ac 232.0381</td> <td>90 Th 232.0381</td> <td>91 Pa 231.035888</td> <td>92 U 238.0289</td> <td>93 Np (237)</td> <td>94 Pu (244)</td> <td>95 Am (243)</td> <td>96 Cm (247)</td> <td>97 Bk (247)</td> <td>98 Cf (251)</td> <td>99 Es (252)</td> <td>100 Fm (257)</td> <td>101 Md (258)</td> <td>102 No (259)</td> </tr> </table>																		57 La 138.9055	58 Ce 140.116	59 Pr 140.50765	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.36	63 Eu 151.964	64 Gd 157.25	65 Tb 158.92534	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93032	68 Er 167.26	69 Tm 168.93421	70 Yb 173.04	89 Ac 232.0381	90 Th 232.0381	91 Pa 231.035888	92 U 238.0289	93 Np (237)	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (252)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)
57 La 138.9055	58 Ce 140.116	59 Pr 140.50765	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.36	63 Eu 151.964	64 Gd 157.25	65 Tb 158.92534	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93032	68 Er 167.26	69 Tm 168.93421	70 Yb 173.04																																
89 Ac 232.0381	90 Th 232.0381	91 Pa 231.035888	92 U 238.0289	93 Np (237)	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (252)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)																																

## 表格數值和基本常數

量 (Quantity)	數值 (Value)
水的密度 (Water density)	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
基本電荷 (Elementary charge)	$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
亞佛加厥常數 (Avogadro's constant)	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
氣體常數 (Universal gas constant)	$R = 8.314 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$
普朗克常數 (Planck's constant)	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
真空中的光速 (Speed of light in vacuum)	$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

## 視覺

此題將探討最具資訊量的感官－視覺。在 A 部分，將探討幾何光學與視力矯正; 在 B 部分，討論人類視紫質的特性; 在 C 部分，將了解微生物的視紫質。請在回答中明確說明最終公式和數值。

請在答案中明確寫出特定總結公式和數值。

### A 部分：幾何光學與視力矯正

#### 雙眼視覺和距離測量

人類有雙眼視覺。兩隻眼睛相距  $s = 60 \text{ mm}$  時，每隻眼睛形成自己的影像，與另一隻眼睛的影像略有不同。這種差異讓我們能夠有意識地對物體的距離進行定量估算。

1. 伸直手臂並將拇指舉起，用單一隻眼睛看著想要測量距離的物體。
2. 閉上第一隻眼睛，睜開第二隻眼睛，然後觀察拇指在物體上移動的距離  $\Delta x$ 。舉例來說，我們看著一輛車，拇指已經移動到車子一半的位置（圖 1）。我們知道汽車的特徵尺寸是  $L = 4 \text{ m}$ ，因此  $\Delta x = 2 \text{ m}$ 。
3. 接著計算從拇指到物體的距離  $r$ ：

$$r = k\Delta x.$$



圖 1. 測量步驟。

<b>A.1</b>	計算係數 $k$ 。已知拇指與眼睛之間的距離為 $l = 60$ 公分。	0.5pt
------------	--------------------------------------	-------

<b>A.2</b>	從以上說明，計算車輛的距離 $r$ 。	0.2pt
------------	---------------------	-------

#### 水晶體的焦距

<b>A.3</b>	一個人在距離 $d = 100$ 公尺觀察一棵樹，樹高為 $h = 3.0$ 公尺。結果發現，樹影在視網膜上的大小是 $d = 100\text{mm}$ 。利用這些數據，計算水晶體透鏡的焦距 $F$ 。眼睛的光學系統可視為由一個薄的匯聚透鏡（水晶體）和一個成像形成的屏幕（視網膜）組成。	0.8pt
------------	--	-------

#### 遠視與近視

- A.4** 由下圖 2 選擇適合矯正遠視的透鏡種類。遠視是一種視力障礙使得人可以清楚看見遠處物體，但看近處物體卻是模糊的。已知各個透鏡由折射率大於空氣的玻璃製成。 0.4pt

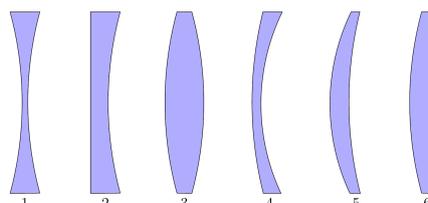


圖 2. 各種類型透鏡

- A.5** 高度近視患者的眼睛缺乏調節功能，這意味著他的眼睛只能清楚地看到距離  $x = 25$  cm 的物體。求出使他能夠清楚地看到遠處物體所需的眼鏡焦距。這裡忽略眼睛水晶體和眼鏡鏡片之間的距離，則哪些透鏡形狀（見圖 2）適合做這類的眼鏡？ 1.1pt

### 屈光手術

現代眼科學允許對視覺光學系統——角膜——進行改造。手術過程中，準分子雷射能夠精確地「蒸發」組織層。在介質中透過處於激發態的粒子數超過了處於基態的粒子數，(即所謂粒子數反轉)，造成受激輻射產生相干同調輻射光，即是雷射（將受激輻射光放大）。眼科手術是利用氣體雷射，其中受激介質是由短壽命的雙原子分子組成——稱為氬-氟準分子，這些準分子僅存在於激發態。當準分子衰變時，會發出光。

- A.6** 氬-氟準分子雷射的波長為  $\lambda = 193$  nm，為紫外線輻射。計算此輻射的一個光子能量。 0.3pt

- A.7** 利用可調控雷射光束「蒸發」顯微組織層，是由多種過程產生的，其中之一是鍵結斷裂。將獲得的雷射光子能量與角膜生物分子中化學鍵的能量進行比較。標記在此類雷射作用下可能解離的鍵結。 0.4pt

$$E_{(C-C)} = 348 \text{ kJ/mol}$$

$$E_{(C-N)} = 305 \text{ kJ/mol}$$

$$E_{(N-H)} = 391 \text{ kJ/mol}$$

$$E_{(C-H)} = 413 \text{ kJ/mol}$$

$$E_{(C-O)} = 360 \text{ kJ/mol}$$

$$E_{(O-H)} = 463 \text{ kJ/mol}$$

### B 部分：視紫質、色覺與色盲

#### 紫質的摩耳質量

視紫質（視覺紫，UniProtID P08100）是一種感光蛋白，負責無色夜視，位於視桿細胞（一種視網膜細胞）。此蛋白的功能形式不僅包含胺基酸，還包含一種輔助因子分子：視黃醛。不含輔助因子的視紫質形式稱為視蛋白（脫輔基形式）。

來自 UniProt 資料庫的 P08100 紀錄 (胺基酸序列)：

```
MNGTEGPNFYVPPFSNATGVVRSPEYYPQYYLAEPWQFSMLAAYMFLILVGFPIINFLTY
VTVQHKKLRTPLNYILLNLAVADLFMVLGGFTSTLYTSLHGYFVFGPTGCNLEGFFATLG
GEIALWLVLAIERVVVCKPMSNFRFGENHAIMGVAFTWVMALACAAPPLAGWSRYIP
EGLQCSCGIDYYTLKPEVNNESFVIYMFVVHFTIPMIIFFCYGQLVFTVKEAAAQQQES
ATTQKAEKEVTRMVIIMVIAFLICWVPYASVAFYIFTHQGSNFGPIFMTIPAFFAKSAAI
YNPVIYIMMNKQFRNCMLTTICCGKNPLGDDEASATVSKTETSQVAPA
```

- B.1** 計算視蛋白 P08100 的摩耳質量，答案四捨五入到最接近的整數，忽略任何轉譯後修飾，**氨基酸的摩爾質量及其結構已在答案紙中提供**。 0.7pt

### 吸收光譜

蛋白質在紫外線和可見光範圍 (波長 250-780 nm) 內的吸收光譜取決於構成蛋白質的氨基酸以及其他存在於蛋白質中的分子 (輔因子)。許多蛋白質中都含有芳香族胺基酸 (苯丙胺酸、酪胺酸和色胺酸)，它們在該範圍內也有吸收，並且最大吸收波長約為 280nm。輔因子的最大吸收波長通常與 280 nm 有顯著差異。

- B.2** 圖示為兩個吸收光譜 (圖 3)。判定這些光譜分別對應於哪種形式的蛋白質 (視蛋白或視紫質)。 0.2pt

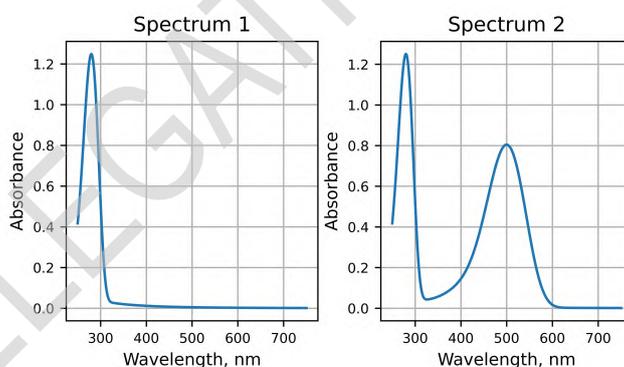


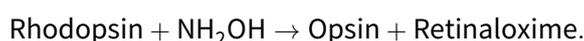
圖 3. 吸收光譜 1 和 2

### 視紫質的消光係數

消光係數  $\epsilon_{\lambda}^X$  是表示分子 X 在特定波長  $\lambda$  下的對光吸收值。此值常用於日常實驗室操作中，以便快速且方便地測定溶液中分子的濃度。吸光度  $A_{\lambda}$  與消光係數和濃度之間的關係如下：

$$A_{\lambda} = \epsilon_{\lambda} c l,$$

其中  $c$  是物質的摩耳濃度， $l$  是光程，可以透過進行化學反應來測定視紫質的未知消光係數，該化學反應會產生一種具有已知消光係數的物質。加入過量的羥胺 ( $\text{NH}_2\text{OH}$ ) 並暴露於光照下，會發生以下化學反應，其中視紫質 (rhodopsin) 轉化為視黃醛肟 (retinaloxime) 的轉換以 1:1 的比例發生：



視黃醛肱的消光係數  $\epsilon_{365}^{RO} = 33600\text{M}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$ 。在實驗室中，測量了樣品與過量羥胺反應前後的吸收光譜（圖 4）。光譜在同一比色槽中測量。

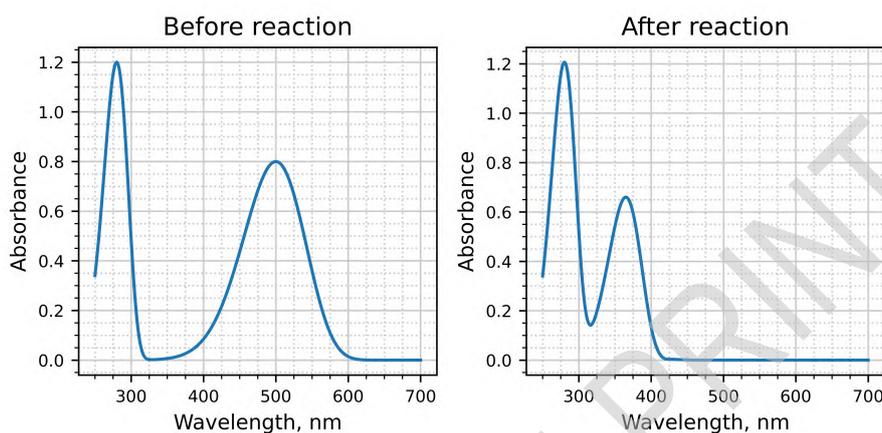


圖 4. 反應前後樣品的吸光度光譜。

- |            |  |       |
|------------|--|-------|
| <b>B.3</b> | 光程為 $l = 10\text{ mm}$ ，求實驗結束時溶液中視黃醛肱的濃度。  | 0.6pt |
| <b>B.4</b> | 根據實驗數據求出視紫質的消光係數 $\epsilon_{500}^{Rhodo}$  | 0.5pt |
| <b>B.5</b> | 已知溶液體積 $V = 2\text{ ml}$ ，光程 $l = 10\text{ mm}$ ，求溶液中視紫質分子的數量 (the number of rhodopsin molecules)。 | 0.4pt |

## 色覺

人類擁有色覺是因為視網膜中含有三種顏色的感光細胞（視錐細胞）。每種視錐細胞對三原色（藍、綠、紅）中的一種最為敏感，因為它們分別表達三種視蛋白基因之一：OPN1SW、OPN1MW 和 OPN1LW。這些顏色感受器的敏感度（對固定強度光的反應幅度）如圖 5 所示。如果兩種不同的光訊號以相同的強度激發這些感受器，則這兩種光訊號的顏色將無法區分。例如，可以選擇紅色和綠色的混合光，使其與黃色無法區分。

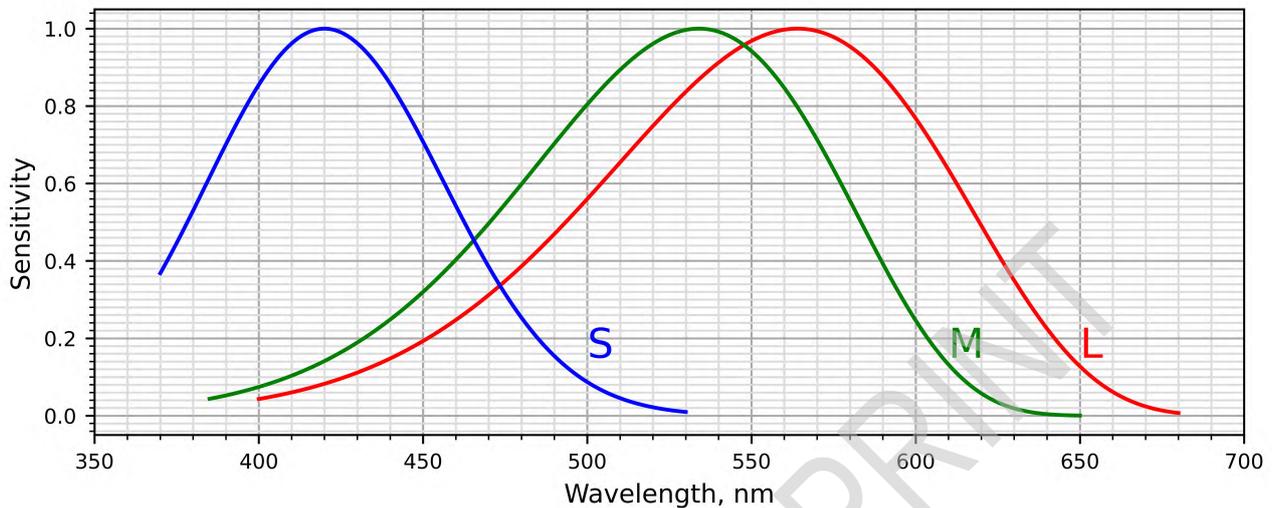


圖 5. 歸一化受體敏感度

- B.6** 測定長波長視錐細胞 ( $L$ ) 和中波長視錐細胞 ( $M$ ) 對單色黃光 (580 nm) 激發的敏感性比值  $r$ 。 0.4pt
- B.7** 求出紅光 (630 nm) 和綠光 (530 nm) 混合光的強度比  $x$ ，使得該混合光在上一題中感知為黃色。 0.9pt
- B.8** 目前光線包含三種顏色：紅色 (650 nm)、綠色 (547 nm) 和紫色 (420 nm)。要產生與波長為 500nm 的單色光 (藍色) 相同的顏色，需要採用怎樣的強度比 ( $y$ : 紅/紫,  $z$ : 綠/紫)? 是否可能透過混合三種選定的顏色來獲得所需的單色光? 1.1pt

### 色盲遺傳學

色盲是指無法分辨全部或部分顏色。它通常是一種遺傳性疾病，與任一上述三個基因的損傷變異有關。這三個基因的位置如下表所示；受損變異的基因中，OPN1MW 和 OPN1LW 是與位於 X 染色體上的隱性遺傳疾病，而 OPN1SW 則是位於體染色體上的顯性遺傳疾病。請注意 OPN1MW 與 OPN1LW 基因是完全連鎖的，不會進行重組，故始終共同遺傳。

缺陷基因	顏色	疾病名稱	基因位置 (染色體號數或類別)	顯性/隱性的標記方式
OPN1SW	藍色	藍色盲 (Tritanopia)	7 號染色體	A / a
OPN1MW	綠色	綠色盲 (Deuteranopia)	X 染色體	$X^D / X^d$
OPN1LW	紅色	紅色盲 (Protanopia)	X 染色體	$X^P / X^p$

- B.9** 一對父子都患有紅色盲，但母親的色覺正常。試問兒子的紅色盲是遺傳自誰呢 (母親/父親/無法判定)? 0.5pt

**B.10** 一位同時患有綠色盲和紅色盲的男子與一位視力正常的女子結婚。他們生了一個患有綠色盲（無紅色盲）的兒子和一個患有紅色盲（無綠色盲）的女兒。試問他們生下一個無色盲的健康孩子的機率是多少？又，生下一個同時患有這兩種視力障礙的孩子的機率是多少？ 1.0pt

**B.11** 一位同時患有紅色盲和藍色盲的男子與一位視力正常的女子結婚。他們已生下一個患有藍色盲（無紅色盲）的兒子和一個患有紅色盲（無藍色盲）的女兒。試問他們生下一個無色盲的健康孩子的機率是多少？生下一個同時患有這兩種色盲的孩子的機率又是多少？ 1.1pt

### C 部分. 微生物視紫質

微生物視紫質是感光的跨膜蛋白。與動物視紫質一樣，微生物視紫質也含有視黃醛。微生物視紫質存在於細菌、古菌、原生動物和病毒中。

#### 吸收光譜 2

迄今為止，已有超過 10,000 個編碼各種微生物視紫質的基因被鑑定出來。儘管其結構和起源相似，但不同的微生物視紫質含有不同的胺基酸，而這些胺基酸決定了它們的功能和光譜特性。圖 6 顯示不同微生物視紫質溶液的照片及其可能的吸收光譜（不按特定順序）。

**C.1** 請明確寫出各樣品的最大吸光值（精度為  $\pm 10$  nm）。 0.7pt

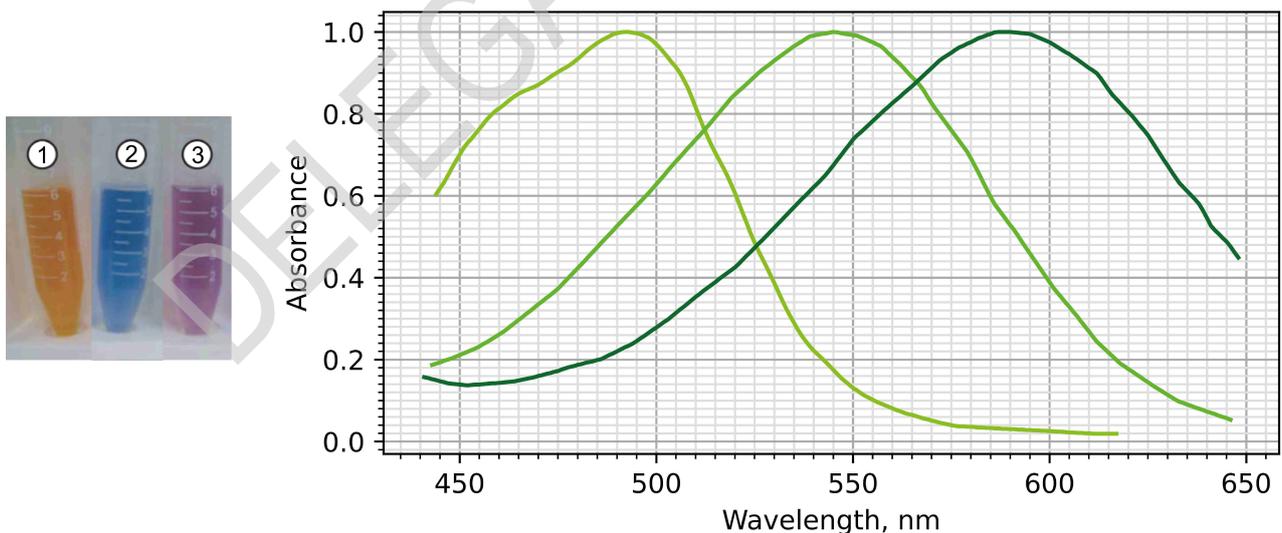


圖 6. 左圖：三種微生物視紫質樣本的照片（1 - 橘色，2 - 藍色，3 - 紫色）。右圖：它們的吸收光譜（隨機順序）。照片和資料來自 <https://pubs.acs.org/doi/10.1021/cr4003769>。

#### 質子轉移

許多微生物視紫質為質子 ( $H^+$ ) 泵 (幫浦)，意即它們在光照下會主動泵送質子，從而將質子從細胞膜的一側轉移到另一側。一個用以判斷微生物視紫紅質是否為質子泵的簡單實驗設計如下：首先將微生物視紫質異源表達

於大腸桿菌的細胞膜上，再將該大腸桿菌的懸浮液加入於裝有氯化鈉水溶液的攪拌容器（試管，體積  $V = 3\text{ ml}$ ）中，並將 pH 計的電極插入容器中（圖 7）。當容器被光照射時，微生物視紫質會吸收光能，並將質子跨膜轉移。視紫質的泵送速率保持恆定。

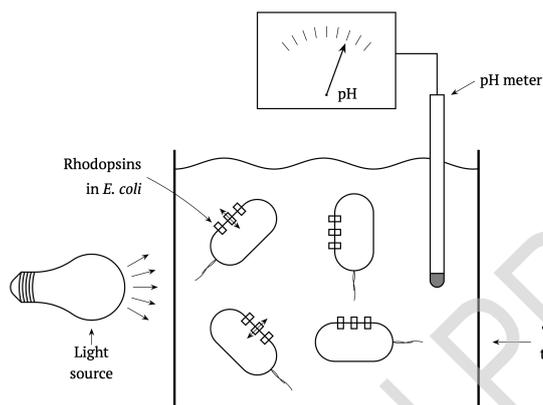


圖 7. 實驗設計。圖中物件並未按比例繪製。

圖 8 顯示光照開啟後，pH 值隨時間變化的情形。光照開啟前，系統是處於平衡狀態的。請注意微生物視紫質是位於大腸桿菌的內膜上，而其外膜則會允許質子自由通過。

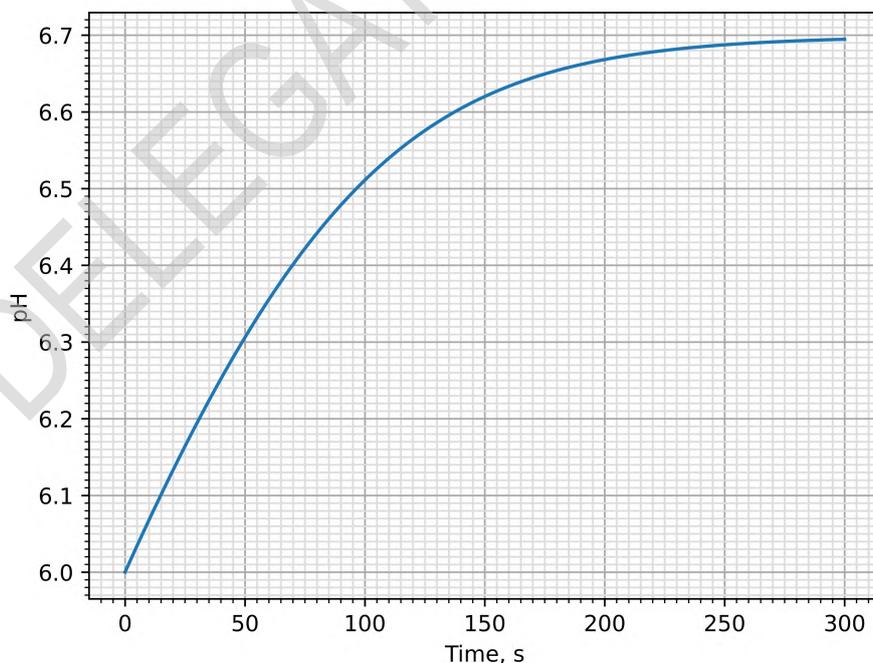


圖 8. 實驗過程中 pH 值隨時間的變化情形。光照是從第 0 秒鐘開始。

C.2 請判斷在本實驗中，質子被泵送的方向（向外或向內）為何？ 0.3pt

C.3 請估算質子被泵送的初始泵送速率  $q$ 。泵送速率等於在該實驗系統中，所有細胞的微生物視紫質在單位時間內所泵送的質子數量。 0.7pt

C.4 請利用電子顯微鏡影像（圖 9），估算一個大腸桿菌細胞的表面積。 0.7pt

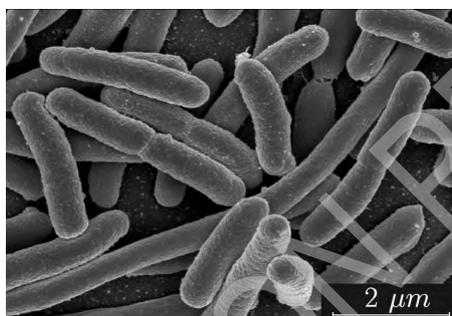


圖 9. 大腸桿菌細胞的電子顯微鏡影像。

C.5 請估算一個微生物視紫質分子的泵送速率  $q_1$ 。容器內的細胞濃度為  $n_{cells} = 6.4 \times 10^9 \text{ ml}^{-1}$ 。膜表面的透過電子顯微鏡的分析結果顯示，膜表面上的微生物視紫質分子濃度為  $\sigma = 5 \times 10^3 \mu\text{m}^{-2}$ 。 0.5pt

### 細胞膜的通透性

已知在長時間光照後，pH 值並不會無限上升，而會穩定在一個新的數值。這可被解釋為細胞膜對質子實際具有通透性，並且會發生質子洩漏情形。質子通量  $j$ （單位時間內通過單位膜面積的質子數）線性依賴於膜兩側質子濃度  $n_1$  與  $n_2$  的差異：

$$j = \alpha(n_1 - n_2),$$

這裡， $\alpha$  是膜的質子通透性。濃度是以單位體積濃度表示。

C.6 根據本實驗的結果，請計算  $\alpha$  值。並標明  $\alpha$  的計量單位。 1.0pt

**B.1 (0.7pt)**

水的摩爾質量為 18.0 Da。

胺基酸	字母代碼	胺基酸的摩爾質量, Da	在蛋白質中的個數	此胺基酸的摩爾質量總和, Da
Alanine	A	89.1		
Arginine	R	174.2	7	1219.4
Asparagine	N	132.1	16	2113.6
Aspartate	D	133.1	4	532.4
Cysteine	C	121.2	10	1212.0
Glutamate	E	147.1	16	2353.6
Glutamine	Q	146.1	12	1753.2
Glycine	G	75.1	22	1652.2
Histidine	H	155.2	5	776.0
Isoleucine	I	131.2	24	3148.8
Leucine	L	131.2	29	3804.8
Lysine	K	146.2	11	1608.2
Methionine	M	149.2	15	2238.0
Phenylalanine	F	165.2	30	4956.0
Proline	P	115.1	20	2302.0
Serine	S	105.1	17	1786.7
Threonine	T	119.1	24	2858.4
Tryptophan	W	204.2	5	1021.0
Tyrosine	Y	181.2	19	3442.8
Valine	V	117.1	30	3513.0

$M =$

## 血流

### A 部分：黏度

研究黏滯性流體在管道中的運動是流體動力學的重要組成部分，在工程（石油和水管）和生物學（血液循環）中都至關重要。此類流動的一個關鍵特徵是**流體阻力**——它表示維持固定流率所需的壓力差。對於圓柱管中的穩定層流，壓力差與流率的關係類似靜電學中電壓與電流的關係：

- 電路中的**電壓**  $U$  對應於流體動力系統中的**壓力差**  $\Delta P$ ：  $\Delta P = P_1 - P_2$
- **電流**  $I$  對應流體的**體積流率**  $Q$ ：  $Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
- **電阻** 對應於**流體力學阻滯力**  $Z$ 。

因此，"流體力學歐姆定律"的數學式如下：

$$\Delta P = Q \cdot Z.$$

此類比方法可以將複雜電路計算應用於流體動力系統的分析。電荷轉移由導體材料的性質決定，而在流體中，運動則是由內部摩擦——黏度——來定義。

將流體分成許多厚度相等的薄層  $\Delta r$ ，這些薄層以不同相對速度移動。相鄰層間產生內部摩擦力：

$$F_{fr} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta r} S,$$

其中  $\eta$  為流體的黏滯係數， $\Delta v$  為層間速度差， $S$  為層間接觸面積。

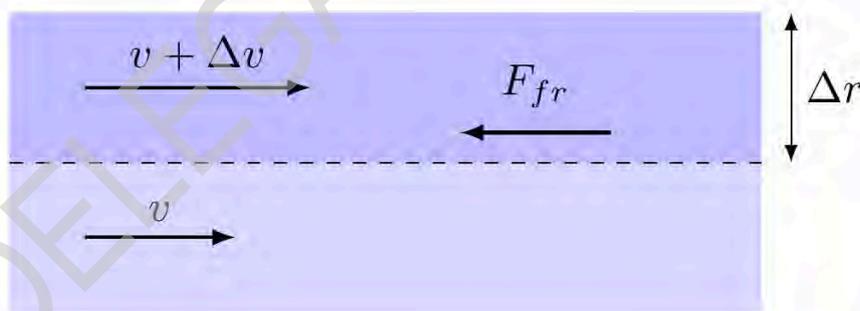


圖 1：兩層流體層相互作用的示意圖：下層以速度  $v$  移動，上層以速度  $v + \Delta v$  移動。層間產生黏性摩擦力  $F_{fr}$ 。

**A.1** 寫下黏滯係數  $\eta$  的單位。以 SI 單位制 (kg, m, s) 表示之。

0.1pt

在許多流體力學問題中，考慮壓力差與管長的比值  $G$  是簡便的方法：

$$G = \frac{\Delta P}{L},$$

其中  $\Delta P$  為管長  $L$  之兩端壓力差。圓柱體管內層流的體積流率  $Q$  與半徑  $R$ 、黏度  $\eta$  和  $G$  的關係如下：

$$Q = C R^a G^b \eta^c,$$

其中  $C$  為無因次常數， $a, b, c$  為整數幕次。

**A.2** 利用因次分析，求  $a, b$  和  $c$ 。

0.9pt

### B 部分：帕穗定律 (Poiseuille' s Law)

考慮不可壓縮黏性流體在半徑為  $R$ 、長度為  $L$  的水平圓柱管中的穩定流動。管兩端橫截面上的壓力差為  $\Delta P$ 。流體速度  $v(r)$  取決於與管中心軸的距離  $r$ ：速度在中心最大，在管壁處  $r = R$  時為零。

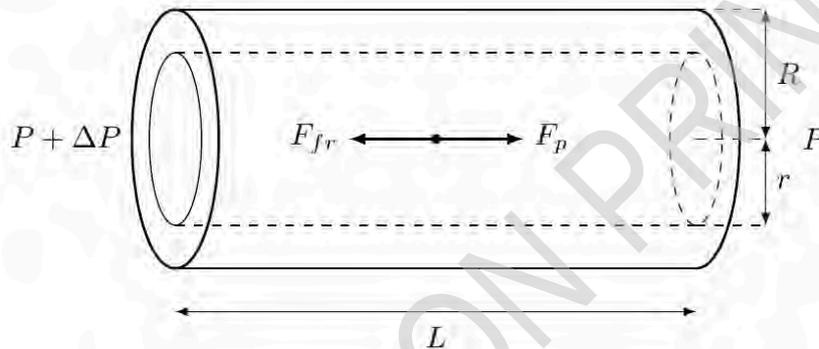


圖 2. 考慮位於半徑為  $R$  的管內之半徑為  $r$ 、長度為  $L$  的一段圓柱形流體；壓力  $F_p$  作用於圓柱形流體的端面，黏滯摩擦力  $F_{fr}$  作用於其側面。

**B.1** 求作用在半徑為  $r$ 、長度為  $L$  的圓柱形流體上的壓力（見圖 2）。用  $\Delta P, r$  表示之。 0.2pt

**B.2** 寫出流動的穩態條件，並求  $g = \frac{\Delta v}{\Delta r}$  與半徑  $r$  的關係。以  $\Delta P, R, r, \eta, L$  表示之。繪製相關  $g(r)$  的圖。 0.85pt

**B.3** 求速度  $v(r)$  與半徑  $r$  的關係。以  $\Delta P, R, r, \eta, L$  表示之。 0.6pt

**B.4** 求管中心的最大速率  $v_{\max}$ ，用  $\Delta P, R, \eta, L$  表示之。 0.2pt

**B.5** 畫出流體速度  $v$  與半徑平方  $r^2$  的關係圖。 0.15pt

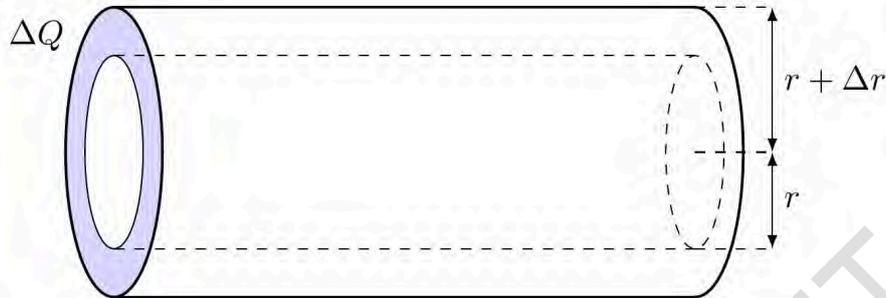
為了計算流經半徑為  $r$  和  $r + \Delta r$  之間的薄圓柱層的流體體積流率  $\Delta Q$ （見圖 3），我們可以注意到該層端面的面積等於  $2\pi r \Delta r$ 。將其乘以速度  $v$ ，可得到：

$$\Delta Q = 2\pi r \Delta r \cdot v.$$

此公式可以改寫為

$$\Delta Q = \pi v \Delta(r^2),$$

其中  $v\Delta(r^2)$  的值與圖  $v(r^2)$  下方的面積成正比。

圖 3. 流經半徑為  $r$  和  $r + \Delta r$  之間的薄圓管流體層。

<b>B.6</b>	求半徑為 $R$ 的管道中的總體積流率 $Q$ 。用 $\Delta P, R, \eta, L$ 表示之。	0.4pt
------------	--	-------

以上所得表達式稱為帕穗定律 (Poiseuille' s Law)。

<b>B.7</b>	求管內的流體阻滯力 $Z$ 的表達式。用 $R, \eta, L$ 表示之。	0.1pt
------------	--	-------

### C 部分：多條流管

流經半徑為  $R$ 、長度為  $L$  的管子的黏滯流體的體積流率為  $Q$ 。將此管子分流成  $N$  個相同等分的平行細管，每個細管的長度為  $\beta L$ ，半徑為  $\alpha R$ 。

<b>C.1</b>	每根細管中的流體流率是多少？用 $Q$ 和 $N$ 表示之。	0.2pt
------------	--------------------------------	-------

<b>C.2</b>	求半徑為 $R$ 寬管的壓力差與其中一根平行細管上的壓差之比。用 $\alpha, \beta, N$ 表示之。	0.2pt
------------	--	-------

### D 部分：循環系統的流體動力學

之前 B6 推導出了黏滯不可壓縮流體在圓柱管內層流的帕穗定律 (Poiseuille' s Law)。以上概念可以應用在真實的生物系統中—例如人體血液循環系統。

注意：如果尚未計算出無因次係數  $C$ ，為了繼續求解，可以先假設  $C$  等於 1（雖然這不是正確數值）。

血液循環可以方便地被視為一個流體動力學系統：心臟產生壓力梯度，血液流經血管網絡，從主動脈流到靜脈的迴流，各級的總流率相同。本文中，我們採用一個足以進行量化估計的簡化模型來研究體循環：

- 在恆溫條件下，血液被視為一種具有恆定黏度係數  $\eta = 4.00 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  的流體；
- 休息狀態下血液的容積流率等於  $Q_0 = 5.00 \text{ L/min}$ ；
- 流動是穩定的層流；
- 容器壁是堅硬的；
- 同一階層的血管都在相同且以並聯方式連接，各不同階層血管之間已串聯方式連接。

雖然此模型沒有描述血管的脈動和彈性，但它清楚地顯示了阻力集中在哪裡，速度在不同區段血管是如何變化的，以及血液特性如何影響心臟功能。

簡化的體循環血管階層結構：

階層	半徑 $R$ , mm	長度 $L$ , cm	血管的數目 $n$
主動脈	$1.25 \times 10^1$	$4.00 \times 10^1$	1.00
大動脈	2.00	$2.00 \times 10^1$	$1.00 \times 10^2$
小動脈	$3.00 \times 10^{-2}$	$6.00 \times 10^{-1}$	$5.00 \times 10^5$
微血管	$3.50 \times 10^{-3}$	$2.00 \times 10^{-1}$	$1.00 \times 10^{10}$

**D.1** 根據表格計算各階層的流體動力阻力  $Z$ 。將答案四捨五入到三位有效數字，並將答案填寫在答案卷的表格中。 0.9pt

**D.2** 求在各區段的體積流率為  $Q_0$  時，求其壓力差  $\Delta P$ 。將答案四捨五入到三位有效數字，並將答案填寫在答案卷的表格中。 0.8pt

在進行體育活動時，血流率會增加。人體透過增加心臟收縮的頻率和強度，以及將小動脈半徑增加 20% 來實現這一點。

**D.3** 當小動脈半徑增加 20% 時，其阻滯力會降低多少倍？ 0.2pt

**D.4** 總壓差  $\Delta P$  增加多少倍才能達到體積流率  $Q$ ？ 0.8pt

**D.5** 與平常狀況時相比，心臟泵血產生的機械功率增加了多少倍？ 0.4pt

### E 部分：循環系統的其他功能

氣體交換是血液的重要功能之一。循環系統是一個器官系統，它使血液能夠在各個細胞的周圍環境和組織之間流動，並在組織中與外部環境進行物質交換

**E.1** 下方示意圖描繪了下述脊椎動物的循環系統： 0.2pt

1. 兩棲類；
2. 哺乳類；
3. 魚類；

請將清單中的數字 1-3 與圖中的字母 A-C 進行配對。各個字母只能使用一次。

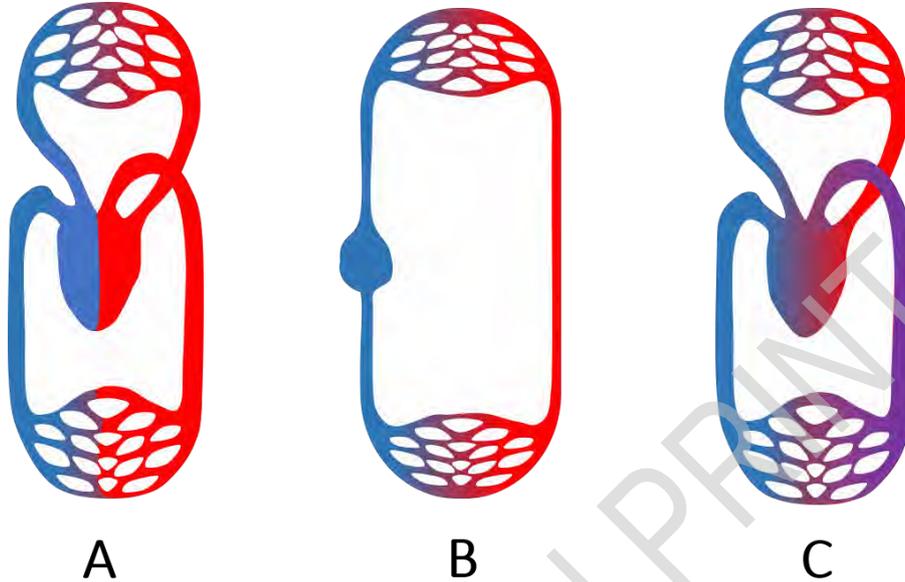


圖 4. 脊椎動物循環系統的類型

接下來，我們將只討論人體心血管系統。

氧氣和二氧化碳的分壓，會隨著這些氣體在循環系統中流動而改變。下圖呈現了人體循環系統的部分區域，並以數字進行了標記。以字母 A - E 表示這些區域內氣體的分壓。

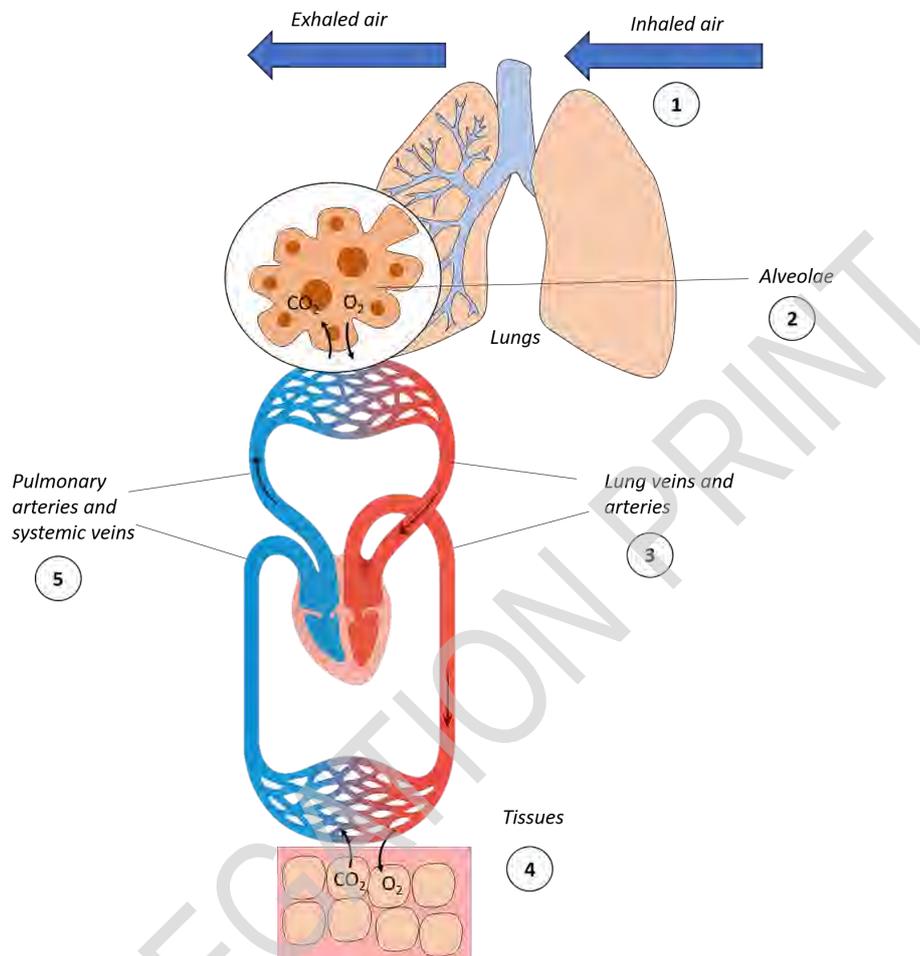


圖 5. 循環系統的部分構造

- A.  $P(\text{O}_2) = 100 \text{ mm Hg}$ ,  $P(\text{CO}_2) = 40 \text{ mm Hg}$ ;
- B.  $P(\text{O}_2) < 40 \text{ mm Hg}$ ,  $P(\text{CO}_2) > 46 \text{ mm Hg}$ ;
- C.  $P(\text{O}_2) = 160 \text{ mm Hg}$ ,  $P(\text{CO}_2) = 0.3 \text{ mm Hg}$ ;
- D.  $P(\text{O}_2) = 40 \text{ mm Hg}$ ,  $P(\text{CO}_2) = 46 \text{ mm Hg}$ ;
- E.  $P(\text{O}_2) = 105 \text{ mm Hg}$ ,  $P(\text{CO}_2) = 40 \text{ mm Hg}$ .

**E.2** 將圖中的數字 1-5 與字母 A-E 進行配對。每個字母只能使用一次。

0.3pt

需注意重力也會影響血液流動。例如，當我們站立或坐著時，重力會作用於腿部的血液，使其難以向上流動。下表列出了一些可能影響血液經由靜脈回流至心臟的因素。

A. 靜脈周圍骨骼肌的收縮。	E. 靜脈血的黏滯度低於動脈血。
B. 與動脈相比，靜脈壁較薄。	F. 某些靜脈壁的收縮。
C. 血管內瓣膜的功能。	G. 低血氧飽和度
D. 吸氣時所造成的胸腔內負壓。	H. 心室收縮期時，心房內的負壓。

**E.3** 以「X」標記出真正有助於血液在靜脈中流動的因素。

0.3pt

人體內的動脈血壓並非恆定不變，而是受多種因素影響。特別是，某些激素可影響動脈血壓。

**E.4** 答案卷的表格中列出了人體激素。請在表格中標明每種激素的化學性質以及負責產生該激素的器官；在相應的單元格中填寫“X”。此外，請在最後一行中填寫“X”，該行對應的激素會導致動脈血壓（AP）升高。

0.9pt

氧氣從空氣擴散到血液中的過程發生在肺泡中。菲克定律 (Fick law) 指出，當存在濃度梯度  $\Delta n$  時，粒子通量  $j$  (單位時間內單位面積上的粒子數) 與  $\Delta n$  成正比：

$$j = \frac{\Delta N}{\Delta S \Delta t} = D \frac{\Delta n}{d}.$$

公式中， $D$  是擴散係數， $d$  是屏障厚度。

假設一莫耳氧氣提供的能量為  $Q = 470 \text{ kJ/mol}$ ，人體產生的功率為  $W = 1 \text{ kW}$ 。肺泡和微血管之間的氧濃度差相當於壓力差  $\Delta p = 8 \text{ kPa}$ ，體溫為  $T = 37^\circ\text{C}$ 。

**E.5** 估算肺的有效表面積  $S$ 。  
使用  $D = 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $d = 1 \mu\text{m}$ 。

0.3pt

## F 部分. 酸鹼平衡

為了維持體內細胞的正常功能，血液和細胞間液的 pH 值必須保持恆定。由碳酸 ( $\text{H}_2\text{CO}_3$ ) 和碳酸氫根 ( $\text{HCO}_3^-$ ) 組成的碳酸氫鹽緩衝溶液在維持體內平衡中扮演重要的角色。在  $37^\circ\text{C}$  時，碳酸的  $\text{p}K_{a_1} = 3.57$ ，碳酸第二階段的解離可以忽略不計。

為了解緩衝溶液的工作原理，我們考慮以下兩種溶液：

(A) 1 L 的 0.15 M  $\text{H}_2\text{CO}_3$ ；

(B) 將 500 mL 0.30 M  $\text{H}_2\text{CO}_3$  和 500 mL 0.30 M  $\text{NaHCO}_3$  混合，得到 1 公升緩衝溶液。

**F.1** 測定溶液的 pH 值

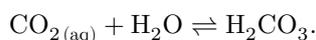
0.6pt

在每個溶液中加入 0.2 L 的 0.1 M HCl 溶液

**F.2** 求出溶液新的 pH 值。計算每種情況下 pH 值的變化量

1pt

體內的碳酸是二氧化碳溶於水 (aq) 形成的



二氧化碳水合反應的平衡常數為

$$K_h = 3.0 \times 10^{-3}.$$

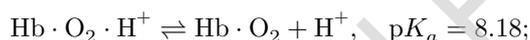
血液中二氧化碳的濃度等同於其分壓  $p(\text{CO}_2) = 5.3$ 。氣體分壓  $p$  與其在溶液中達到平衡時的濃度  $C$  之間的關係，可由亨利定律得出：

$$C = kp,$$

其中， $k$  是亨利常數。二氧化碳在  $37^\circ\text{C}$  下溶解，亨利常數等於  $k = 2.3 \times 10^{-4} \text{ mol}/(\text{m}^3 \cdot \text{Pa})$

<b>F.3</b>	求出血液中二氧化碳的體積莫耳濃度	0.2pt
<b>F.4</b>	測定在 pH 7.4 時，血液中碳酸和碳酸氫根離子的體積莫耳濃度	0.4pt
<b>F.5</b>	測定血液中二氧化碳的溶解度，即所有形式的 $\text{CO}_2$ 的總濃度	0.2pt

血液中另一個緩衝系統是質子化血紅素和去質子化血紅素的混合物。氧合血紅素和脫氧血紅素的化學平衡方程式如下：



<b>F.6</b>	在 pH 7.4 時，求氧合血紅素質子化的比例 $\alpha$ ，求脫氧血紅素質子化的比例 $\beta$	0.4pt
------------	--	-------

### G 部分. 傳輸氧氣

由於氧氣在水中的溶解度很低，生物體需要特殊的適應機制來有效傳輸氧氣。大型多細胞生物進化出了儲存和傳輸氧氣的蛋白質。然而，與某些過渡金屬不同，胺基酸的側鏈無法可逆地結合氧氣。因此，人體利用鐵來傳輸氣體。由於游離鐵離子具有很高的反應活性，鐵通常以結合態被使用。血基質 (Heme) 是一種與蛋白質結合的含鐵化合物。

<b>G.1</b>	血基質的分子式為 $\text{C}_a\text{H}_b\text{O}_c\text{N}_d\text{Fe}$ ，化合物中各元素的質量分數分別為 $w(\text{C}) = 66.24\%$ ， $w(\text{H}) = 5.23\%$ ， $w(\text{O}) = 10.38\%$ ， $w(\text{N}) = 9.09\%$ 。根據這些信息，求出 $a, b, c$ 和 $d$ 的值	0.3pt
------------	---	-------

蛋白質的結構組織共分為四個層次：一級結構、二級結構、三級結構、和四級結構。

<b>G.2</b>	下面列出了前述結構中會出現的化學鍵。請將代表這些化學鍵的字母填寫到下表的對應格中。請注意，相同的字母可以被重複使用。	0.3pt
	A. 雙硫鍵 (-S-S-)	
	B. 離子鍵	
	C. 分子內的氫鍵	
	D. 疏水性交互作用	
	E. 胜肽鍵	
	F. 分子間氫鍵	

肌紅素是一種存在於骨骼肌和心肌中的氧結合蛋白。

正常情況下，如果沒有肌肉組織損傷或炎症，肌紅素幾乎不會進入血液。

血紅素負責血液中的氣體運輸，它由四個次單元體組成。每個次單元體都有血基質與多胜肽共同組成。

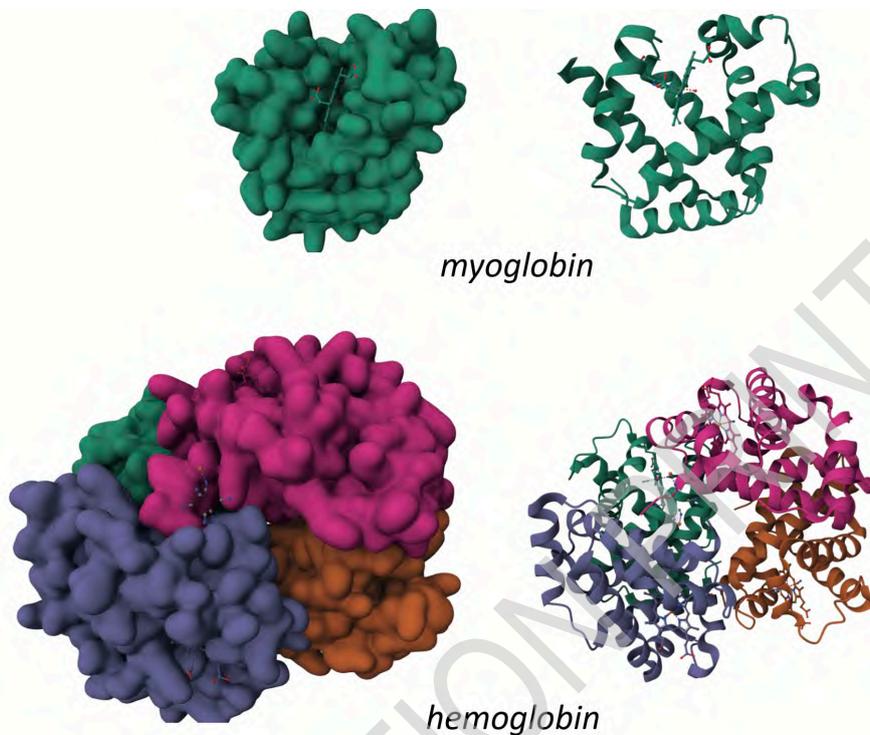


圖 6. 肌紅素 (Myoglobin) 和血紅素 (hemoglobin)

**G.3** 答案紙上的表格已列出自然界中存在的各種蛋白質。請指出哪些蛋白質在有功能狀態下存有四級結構，哪些蛋白質卻只有三級結構。 0.35pt

許多蛋白質的重要特徵是能夠與其他分子進行可逆的結合。能與蛋白質可逆結合的分子稱為配體，而蛋白質分子上的結合位點稱為結合中心。肌紅素要傳遞氧氣，就必須結合氧分子並釋放氧分子，這意味著蛋白質和配體之間存在交互作用。

讓我們概括地考慮溶液中蛋白質 P、配體 L 和複合物 PL 之間的平衡。配體結合可以用以下反應來描述



具有平衡常數  $K_a$  ( $a$  代表結合反應)。配體結合位點的佔據率稱為飽和度，以  $\theta$  表示：

$$\theta = \frac{[PL]}{[PL] + [P]}$$

**G.4** 以  $[L]$  和  $K_a$  表示  $\theta$ 。如果配體濃度為  $[L]_{0.5}$  時，剛好有一半的結合位點被佔據，此時平衡常數  $K_a$  是多少？ 0.2pt

對於氣體，上述公式仍然有效，但需要使用分壓，而不是濃度。例如，肌紅素飽和度為 50% 時的氧分壓等於  $p_{50}(O_2) = 2 \text{ mmHg}$ 。

一氧化碳 (CO) 對人類極為危險。一氧化碳也可以與肌紅素結合，其常數為  $p_{50}(CO) = p_{50}(O_2)/200$ 。

**G.5** 繪製飽和度  $\theta$  與氣體分壓的關係曲線圖。並指出每條曲線圖對應哪一種氣體。 0.25pt

平衡常數與溫度的關係可以用范特霍夫 (Van 't Hoff) 方程式來描述：

$$\frac{\Delta \ln(K_a)}{\Delta T} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2},$$

其中  $\Delta_r H^\circ$  為標準摩爾反應焓（下標  $r$  表示結合反應過程中焓值的變化）。假設在指定溫度範圍內  $\Delta_r H^\circ$  幾乎與溫度無關，則方程式可轉換為以下形式

$$\ln K_a = -\frac{\Delta_r H^\circ}{RT} + \text{const.}$$

下表顯示特定緩衝溶液在不同溫度下的結合常數實驗值。

$T, ^\circ\text{C}$	10	20	30	35	40
$K_a$	3.09	1.38	0.66	0.48	0.33

**G.6** 根據所提供的數據，求出氧結合的標準摩爾反應焓  $\Delta_r H^\circ$ ，將圖畫在答案卷的方格紙上。 0.9pt

對於具有  $n$  個結合位點的蛋白質，可近似在一個階段內有  $n$  個配體結合：



以  $\log_{10}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)$  對  $\log_{10}([L])$  所作的圖稱為希爾圖 (Hill graph)。

**G.7** 求  $\log_{10}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)$  對  $\log_{10}([L])$  的關係，你的答案以  $n$ ,  $\log_{10}([L])$  與平衡常數  $K_a$  表示。 0.2pt

血紅素的各個次單元體之間存在協同作用。當氧氣與其中一個次單元體結合時，其他次單元體的形狀會發生輕微改變，從而增加它們對氧氣的親和力。反之，當所有次單元體都處於結合態時，如果其中一個次單元體釋放氧氣，其他的次單元體也會傾向於釋放氧氣。希爾圖的斜率代表了協同性的程度。

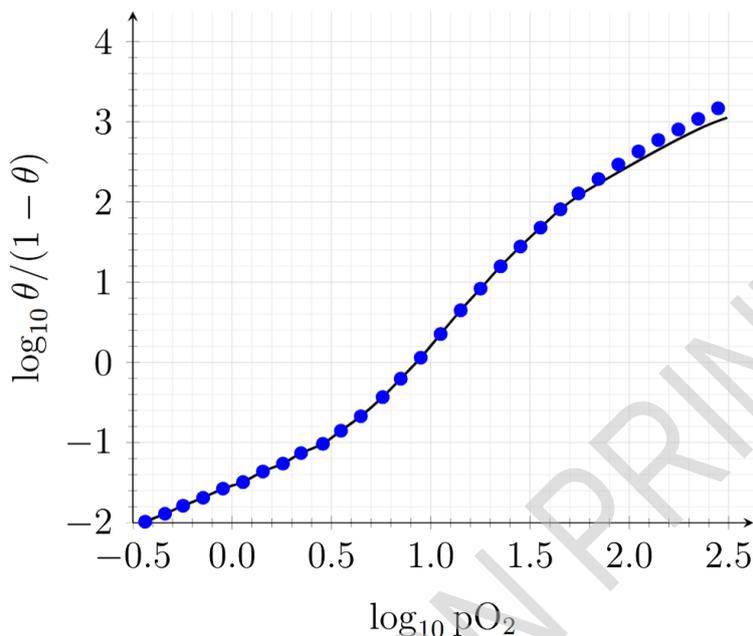


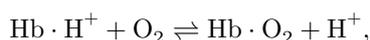
圖 7. 希爾圖 (Hill graph)

- G.8** 上圖中，利用  $\theta = 0.5$  處的切線斜率來求出  $n_H$ ， $n_H$  的理論值最大是多少？需要注意的是，實際情況下是無法達到該數值的。 0.2pt

血紅素有 R 和 T 兩種狀態。氧氣對 R 態血紅素的親和力較高，而在缺氧條件下，T 態較穩定。正是由於這兩種狀態之間的轉換，血紅素才能在肺部結合足夠的氧氣並將其釋放到組織中。

- G.9** 試解釋肌紅素不能當作氧氣從肺部輸送到組織的有效載體之原因。 0.1pt
- 肌紅素分子的氧飽和度曲線呈雙曲線形。
  - 血液中肌紅素的濃度遠低於血紅素的濃度。
  - 肌紅素的分子較輕，流動性太強。
  - 肌紅素的分子太小，容易進入其他組織。

事實上，血紅素不僅運送氧氣，還運輸質子 ( $H^+$ )。為了解釋 pH 值對氧氣結合和釋放的影響，我們可以考慮如下的平衡方程式：



其中  $Hb \cdot H^+$  是血紅素的質子化形式。

下圖顯示了不同 pH 值下的血紅素飽和度曲線。上方的曲線和下方的曲線分別對應於 pH 7.2 和 pH 7.6。

- G.10** 選出正確答案： 0.2pt
- 曲線 A 對應 pH 7.2，曲線 B 對應 pH 7.6。
  - 曲線 A 對應 pH 7.6，曲線 B 對應 pH 7.2。

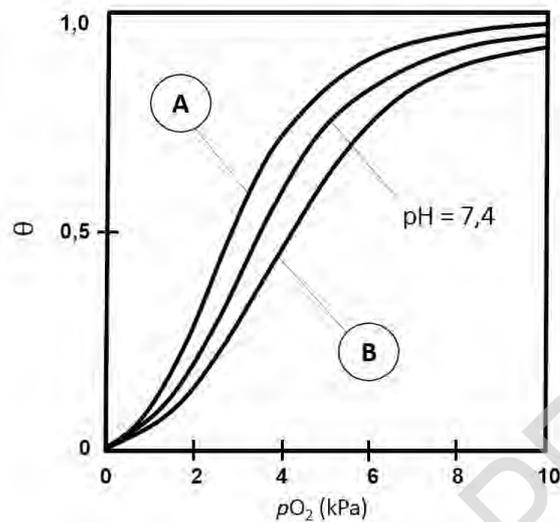


圖 8. pH 值對血紅素飽和度曲線的影響。

觀察到的 pH 值對氧氣結合和釋放的影响作用，被稱為波爾效應 (Bohr effect)，它決定了人體不同部位血紅素飽和度的差異。

**G.11** 哪條曲線對應於肺部的血紅素，哪條曲線對應於組織中的血紅素（在答案紙的表格中以「X」標記）。 0.1pt

**G.12** 會造成血液中肌紅素濃度升高的情況包括： 0.1pt

- A. 酒精中毒。
- B. 心肌梗塞。
- C. 服用安眠藥。
- D. 阿茲海默症。

## E.4 (0.9pt)

化學性質	胰島素	腎上腺素	抗利尿激 素	睪固酮	甲狀腺素	可體松
胺基酸衍生物						
胜肽和蛋白質						
脂溶性固醇類						

器官	胰島素	腎上腺素	抗利尿激 素	睪固酮	甲狀腺素	可體松
腦垂腺後葉						
腎上腺						
胰臟的胰島						
甲狀腺						
睪丸						

	胰島素	腎上腺素	抗利尿激 素	睪固酮	甲狀腺素	可體松
提高血壓 (AP)						

## E.5 (0.3pt)

 $S \approx$ 

## F.1 (0.6pt)

 $\text{pH}_A =$ 
 $\text{pH}_B =$

# Theory



# A2-7

Traditional Chinese(Taiwan) (Chinese Taipei)

## G.2 (0.3pt)

結構	一級	二級	三級	四級
鍵結種類				

## G.3 (0.35pt)

結構	只有三級	四級
肌紅素		
血紅素		
胃蛋白酶		
菸草鑲嵌病毒的外殼		
胰蛋白酶		
ATP 合成酶		
白蛋白		

## G.4 (0.2pt)

$\theta =$

$K_a =$